81022509

M-2018

Subject : MATHEMATICS

(Booklet Number)

Duration: 2 Hours

Full Marks: 100

INSTRUCTIONS

1. This question paper contains all objective questions divided into three categories. Each question has four answer options given.
2. Category-I : Carry 1 marks each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ¼ marks will be deducted.
3. Category-II : Carry 2 marks each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more man one answer, ½ marks will be deducted.
4. Category-III: Carry 2 marks each and one or more option(s) is/are correct. If all correct answers are not marked and also no incorrect answer is marked then score = 2 × number of correct answers marked ÷ actual number of correct answers. If any wrong option is marked or if any combination including a wrong option is marked, the answer will considered wrong, but there is **no negative marking** for the same and zero marks will be awarded.
5. Questions must be answered on OMR sheet by darkening the appropriate bubble marked (A), (B), (C) or (D).
6. Use only **Black/Blue ball point pen** to mark the answer by complete filling up of the respective bubbles.
7. Mark the answers only in the space provided. Do not make any stray mark on the OMR.
8. Write question booklet number and your roll number carefully in the specified locations of the **OMR**. Also fill appropriate bubbles.
9. Write your name (in block letter), name of the examination centre and put your full signature in appropriate boxes in the OMR.
10. The OMRs will be processed by electronic means. Hence it is liable to become invalid if there is any mistake in the question booklet number or roll number entered or if there is any mistake in filling corresponding bubbles. Also it may become invalid if there is any discrepancy in the name of the candidate, name of the examination centre or signature of the candidate vis-a-vis what is given in the candidate's admit card. The OMR may also become invalid due to folding or putting stray marks on it or any damage to it. The consequence of such invalidation due to incorrect marking or careless handling by the candidate will be sole responsibility of candidate.
11. Candidates are not allowed to carry any written or printed material, calculator, pen, docu-pen, log table, wristwatch, any communication device like mobile phones etc. inside the examination hall. Any candidate found with such items will be **reported against** & his/her candidature will be summarily cancelled.
12. Rough work must be done on the question paper itself. Additional blank pages are given in the question paper for rough work.
13. Hand over the OMR to the invigilator before leaving the Examination Hall.
14. This paper contains questions in both English and Bengali. Necessary care and precaution were taken while framing the Bengali version. However, if any discrepancy(ies) is /are found between the two versions, the information provided in the English version will stand and will be treated as final.

MATHEMATICS

Category – I (Q.1 to Q.50)

Carry 1 mark each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ¼ marks will be deducted

একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে 1 নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ¼ নম্বর কাটা যাবে।

1. If $(2 \le r \le n)$, then $^nC_r + 2.\,^nC_{r+1} + {}^nC_{r+2}$ is equal to

(A) $2.\,^nC_{r+2}$ (B) $^{n+1}C_{r+1}$ (C) $^{n+2}C_{r+2}$ (D) $^{n+1}C_r$

যদি $(2 \le r \le n)$, হয়, তবে $^nC_r + 2.\,^nC_{r+1} + {}^nC_{r+2}$ এর মান হবে

(A) $2.\,^nC_{r+2}$ (B) $^{n+1}C_{r+1}$ (C) $^{n+2}C_{r+2}$ (D) $^{n+1}C_r$

2. The number $(101)^{100} - 1$ is divisible by

(A) 10^4 (B) 10^6 (C) 10^8 (D) 10^{12}

$(101)^{100} - 1$ সংখ্যাটি নীচের কোনটি দ্বারা বিভাজ্য ?

(A) 10^4 (B) 10^6 (C) 10^8 (D) 10^{12}

3. If n is even positive integer, then the condition that the greatest term in the expansion of $(1 + x)^n$ may also have the greatest coefficient is

(A) $\frac{n}{n+2} < x < \frac{n+2}{n}$ (B) $\frac{n}{n+1} < x < \frac{n+1}{n}$

(C) $\frac{n+1}{n+2} < x < \frac{n+2}{n+1}$ (D) $\frac{n+2}{n+3} < x < \frac{n+3}{n+2}$

n একটি যুগ্ম ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হলে $(1 + x)^n$ এর বিস্তৃতির বৃহত্তম পদের সহগ বৃহত্তম হবে যখন

(A) $\frac{n}{n+2} < x < \frac{n+2}{n}$ (B) $\frac{n}{n+1} < x < \frac{n+1}{n}$

(C) $\frac{n+1}{n+2} < x < \frac{n+2}{n+1}$ (D) $\frac{n+2}{n+3} < x < \frac{n+3}{n+2}$

4. If $\begin{vmatrix} -1 & 7 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = A$. Then $\begin{vmatrix} 13 & -11 & 5 \\ -7 & -1 & 25 \\ -21 & -3 & -15 \end{vmatrix}$ is

(A) A^2 (B) $A^2 - A + I_3$

(C) $A^2 - 3A - I_3$ (D) $3A^2 - 5A - 4I_3$

(I_3 denotes the det of the identity matrix of order 3)

যদি $A = \begin{vmatrix} -1 & 7 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ হয়, তবে $\begin{vmatrix} 13 & -11 & 5 \\ -7 & -1 & 25 \\ -21 & -3 & -15 \end{vmatrix}$ এর মান হবে

(A) A^2 (B) $A^2 - A + I_3$

(C) $A^2 - 3A + I_3$ (D) $3A^2 + 5A - 4I_3$

(I_3 এখানে 3 ক্রমের ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক বুঝায়)

5. If $a_r = (\cos 2r\pi + i \sin 2r\pi)^{1/9}$, then the value of $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix}$ is

(A) 1 (B) −1

(C) 0 (D) 2

যদি $a_r = (\cos 2r\pi + i \sin 2r\pi)^{1/9}$ হয়, তবে $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{vmatrix}$ -এর মান হবে

(A) 1 (B) −1

(C) 0 (D) 2

6. If $S_r = \begin{vmatrix} 2r & x & n(n+1) \\ 6r^2 - 1 & y & n^2(2n+3) \\ 4r^3 - 2nr & z & n^3(n+1) \end{vmatrix}$, then the value of $\sum_{r=1}^{n} S_r$ is independent of

(A) x only (B) y only

(C) n only (D) x, y, z and n

যদি $S_r = \begin{vmatrix} 2r & x & n(n+1) \\ 6r^2 - 1 & y & n^2(2n+3) \\ 4r^3 - 2nr & z & n^3(n+1) \end{vmatrix}$ হয়, তবে $\sum_{r=1}^{n} S_r$

(A) শুধুমাত্র x নিরপেক্ষ (B) শুধুমাত্র y নিরপেক্ষ

(C) শুধুমাত্র n নিরপেক্ষ (D) x, y, z ও n নিরপেক্ষ

7. If the following three linear equations have a non-trivial solution, then

$x + 4ay + az = 0$

$x + 3by + bz = 0$

$x + 2cy + cz = 0$

(A) a, b, c are in A.P. (B) a, b, c are in G.P.

(C) a, b, c are in H.P. (D) $a + b + c = 0$

যদি নীচের তিনটি রৈখিক সমীকরণের অশূন্য সমাধান থাকে, তবে

$x + 4ay + az = 0$

$x + 3by + bz = 0$

$x + 2cy + cz = 0$

(A) a, b, c সমান্তর প্রগতিতে থাকবে

(B) a, b, c গুণোত্তর প্রগতিতে থাকবে

(C) a, b, c বিপরীত প্রগতিতে থাকবে

(D) $a + b + c = 0$ হবে

8. On $\mathbb{R}$, a relation ρ is defined by $x\rho y$ if and only if $x - y$ is zero or irrational. Then

(A) ρ is equivalence relation

(B) ρ is reflexive but neither symmetric nor transitive

(C) ρ is reflexive & symmetric but not transitive

(D) ρ is symmetric & transitive but not reflexive

সেট $\mathbb{R}$-এ একটি সম্বন্ধ ρ এমনভাবে সংজ্ঞায়িত আছে যে $x\rho y$ হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি $x - y$ শূন্য বা অমূলদ হয়। সেক্ষেত্রে

(A) ρ সমতুল্যতা সম্বন্ধ

(B) ρ স্বসম সম্বন্ধ কিন্তু ρ প্রতিসম নয়, সংক্রমনশীল নয়

(C) ρ স্বসম ও প্রতিসম কিন্তু ρ সংক্রমনশীল নয়

(D) ρ প্রতিসম ও সংক্রমনশীল কিন্তু ρ স্বসম নয়।

9. On the set $\mathbb{R}$ of real numbers, the relation ρ is defined by $x\rho y$, $(x, y) \in \mathbb{R}$.

(A) if $|x - y| < 2$ then ρ is reflexive but neither symmetric nor transitive.

(B) if $x - y < 2$ then ρ is reflexive and symmetric but not transitive.

(C) if $|x| \geq y$ then ρ is reflexive and transitive but not symmetric

(D) if $x > |y|$ then ρ is transitive but neither reflexive nor symmetric.

বাস্তব সংখ্যার সেট $\mathbb{R}$-এ ρ একটি সম্বন্ধ যেটিকে সংজ্ঞায়িত করা হয়, $x\rho y$, $(x, y) \in \mathbb{R}$

(A) যদি $|x - y| < 2$ হয় তবে, ρ স্বসম কিন্তু প্রতিসম বা সংক্রমনশীল নয়

(B) যদি $x - y < 2$ হয় তবে, ρ স্বসম ও প্রতিসম কিন্তু সংক্রমনশীল নয়

(C) যদি $|x| \geq y$ হয় তবে, ρ স্বসম এবং সংক্রমনশীল কিন্তু প্রতিসম নয়

(D) যদি $x > |y|$ হয় তবে, ρ সংক্রমনশীল কিন্তু স্বসম বা প্রতিসম নয়

10. If $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be defined by $f(x) = e^x$ and $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be defined by $g(x) = x^2$. The mapping $g \circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be defined by $(g \circ f)(x) = g[f(x)]\ \forall x \in \mathbb{R}$. Then

(A) $g \circ f$ is bijective but f is not injective

(B) $g \circ f$ is injective and g is injective

(C) $g \circ f$ is injective but g is not bijective

(D) $g \circ f$ is surjective and g is surjective

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ এমনভাবে সংজ্ঞাত আছে যে $f(x) = e^x$ ও $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ এমনভাবে সংজ্ঞাত যে $g(x) = x^2$। চিত্রণ $g \circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ এমনভাবে সংজ্ঞাত আছে যে $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ সকল $x \in \mathbb{R}$,-এর জন্য। তবে

(A) $g \circ f$ এককৈক উপরিচিত্রণ কিন্তু f এককৈক চিত্রণ নয়

(B) $g \circ f$ এককৈক চিত্রণ এবং g এককৈক চিত্রণ

(C) $g \circ f$ এককৈক চিত্রণ কিন্তু g এককৈক উপরিচিত্রণ নয়

(D) $g \circ f$ উপরিচিত্রণ এবং g উপরিচিত্রণ

11. In order to get a head at least once with probability ≥ 0.9, the minimum number of times a unbiased coin needs to be tossed is

(A) 3 (B) 4

(C) 5 (D) 6

অন্তত একবার হেড পড়ার সম্ভাবনা 0.9 বা তার বেশী হওয়ার জন্য একটি পক্ষপাতহীন (unbiased) মুদ্রাকে কমপক্ষে যতবার নিক্ষিপ্ত করতে হবে তার সংখ্যা হল

(A) 3 (B) 4

(C) 5 (D) 6

12. A student appears for tests I, II and III. The student is successful if he passes in tests I, II or I, III. The probabilities of the student passing in tests I, II and III are respectively p, q and $\frac{1}{2}$. If the probability of the student to be successful is $\frac{1}{2}$. Then

(A) $p(1 + q) = 1$ (B) $q(1 + p) = 1$

(C) $pq = 1$ (D) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$

এক পড়ুয়া নির্বাচনী পরীক্ষা I, II ও III দেয়। পড়ুয়াটি পরীক্ষায় সফল হবে যদি সে I, II পরীক্ষা অথবা I, III পরীক্ষায় সফল হয়। I, II ও III পরীক্ষায় পড়ুয়ার সাফল্যের সম্ভাবনা হল যথাক্রমে p, q ও $\frac{1}{2}$। যদি পড়ুয়ার সাফল্যের সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$ হয়, তবে

(A) $p(1 + q) = 1$ (B) $q(1 + p) = 1$

(C) $pq = 1$ (D) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$

13. If $\sin 6\theta + \sin 4\theta + \sin 2\theta = 0$, then general value of θ is

(A) $\frac{n\pi}{4}, n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{n\pi}{4}, n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{n\pi}{4}, 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{n\pi}{4}, 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(n is integer)

যদি $\sin 6\theta + \sin 4\theta + \sin 2\theta = 0$ হয়, তবে θ র সাধারণ মান হল

(A) $\frac{n\pi}{4}, n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{n\pi}{4}, n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{n\pi}{4}, 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{n\pi}{4}, 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(n হল পূর্ণসংখ্যা)

14. If $0 \le A \le \frac{\pi}{4}$, then $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan 2A\right) + \tan^{-1}(\cot A) + \tan^{-1}(\cot^3 A)$ is equal to

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) π (C) 0 (D) $\frac{\pi}{2}$

$0 \le A \le \frac{\pi}{4}$ হলে, $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan 2A\right) + \tan^{-1}(\cot A) + \tan^{-1}(\cot^3 A)$ এর মান

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) π (C) 0 (D) $\frac{\pi}{2}$

15. Without changing the direction of the axes, the origin is transferred to the point (2, 3). Then the equation $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ changes to

(A) $x^2 + y^2 + 4 = 0$ (B) $x^2 + y^2 = 4$

(C) $x^2 + y^2 - 8x - 12y + 48 = 0$ (D) $x^2 + y^2 = 9$

অক্ষদ্বয়ের দিক্ পরিবর্তন না-করে মূলবিন্দুটি (2, 3) বিন্দুতে স্থানান্তরিত হল। তাহলে $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ সমীকরণটির পরিবর্তিত আকার হবে

(A) $x^2 + y^2 + 4 = 0$ (B) $x^2 + y^2 = 4$

(C) $x^2 + y^2 - 8x - 12y + 48 = 0$ (D) $x^2 + y^2 = 9$

16. The angle between a pair of tangents drawn from a point P to the circle $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9\sin^2\alpha + 13\cos^2\alpha = 0$ is 2α. The equation of the locus of the point P is

(A) $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 9 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 9 = 0$

(C) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 9 = 0$ (D) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$

দেওয়া আছে যে বৃত্ত $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9\sin^2\alpha + 13\cos^2\alpha = 0$-এর বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে বৃত্তে অংকিত স্পর্শকদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ হল 2α। সেক্ষেত্রে P বিন্দুর সঞ্চারপথ হবে

(A) $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 9 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 9 = 0$

(C) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 9 = 0$ (D) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$

17. The point Q is the image of the point P(1, 5) about the line $y = x$ and R is the image of the point Q about the line $y = -x$. The circumcenter of the ΔPQR is

(A) (5, 1) (B) (−5, 1)

(C) (1, −5) (D) (0, 0)

$y = x$ সরলরেখা সাপেক্ষে P(1, 5)-এর প্রতিবিম্ব হল Q বিন্দু এবং $y = -x$ সরলরেখা সাপেক্ষে Q-এর প্রতিবিম্ব হল R বিন্দু। তবে ΔPQR-এর পরিকেন্দ্র হল

(A) (5, 1) (B) (−5, 1)

(C) (1, −5) (D) (0, 0)

18. The angular points of a triangle are A(−1, −7), B(5, 1) and C(1, 4). The equation of the bisector of the angle ∠ABC is

(A) $x = 7y - 2$ (B) $7y = x + 2$

(C) $y = 7x + 2$ (D) $7x = y + 2$

একটি ত্রিভুজের তিনটি কৌণিক বিন্দু হল যথাক্রমে A(−1, −7), B(5, 1) ও C(1, 4)। সেক্ষেত্রে ∠ABC –এর সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ হল

(A) $x = 7y - 2$ (B) $7y = x + 2$

(C) $y = 7x + 2$ (D) $7x = y + 2$

19. If one of the diameters of the circle, given by the equation $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$, is a chord of a circle S, whose centre is (2, −3), the radius of S is

(A) $\sqrt{41}$ unit (B) $3\sqrt{5}$ unit

(C) $5\sqrt{2}$ unit (D) $2\sqrt{5}$ unit

$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ বৃত্তের একটি ব্যাস (2, −3) কেন্দ্রবিশিষ্ট S বৃত্তের একটি জ্যা। সেক্ষেত্রে S-এর ব্যাসার্ধ হল

(A) $\sqrt{41}$ একক (B) $3\sqrt{5}$ একক

(C) $5\sqrt{2}$ একক (D) $2\sqrt{5}$ একক

20. A chord AB is drawn from the point A (0, 3) on the circle $x^2 + 4x + (y - 3)^2 = 0$, and is extended to M such that AM = 2AB. The locus of M is

(A) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0$ (B) $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 9 = 0$

(C) $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 9 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 9 = 0$

বৃত্ত $x^2 + 4x + (y - 3)^2 = 0$-এর উপরিস্থ A (0, 3) থেকে জ্যা AB অংকিত হল ও সেই রেখাকে M পর্যন্ত সম্প্রসারিত হল যাতে AM = 2AB হয়। সেক্ষেত্রে M-এর সঞ্চারপথ হল

(A) $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0$ (B) $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 9 = 0$

(C) $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 9 = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 9 = 0$

21. Let the eccentricity of the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ be reciprocal to that of the ellipse $x^2 + 9y^2 = 9$, then the ratio $a^2 : b^2$ equals

(A) 8 : 1 (B) 1 : 8

(C) 9 : 1 (D) 1 : 9

ধরা যাক পরাবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$-এর উৎকেন্দ্রতা উপবৃত্ত $x^2 + 9y^2 = 9$-এর উৎকেন্দ্রতার অনোন্যক। তবে $a^2 : b^2$-এর মান হবে

(A) 8 : 1 (B) 1 : 8

(C) 9 : 1 (D) 1 : 9

22. Let A, B be two distinct points on the parabola $y^2 = 4x$. If the axis of the parabola touches a circle of radius r having AB as diameter, the slope of the line AB is

(A) $-\frac{1}{r}$ (B) $\frac{1}{r}$

(C) $\frac{2}{r}$ (D) $-\frac{2}{r}$

মনে কর অধিবৃত্ত $y^2 = 4x$-এর উপর A ও B দুটি ভিন্ন বিন্দু। যদি অধিবৃত্তটির অক্ষ, AB ব্যাস ও r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের স্পর্শক হয়, তবে AB রেখার প্রবণতা হবে

(A) $-\frac{1}{r}$ (B) $\frac{1}{r}$ (C) $\frac{2}{r}$ (D) $-\frac{2}{r}$

23. Let $P(at^2, 2at)$, Q, $R(ar^2, 2ar)$ be three points on a parabola $y^2 = 4ax$. If PQ is the focal chord and PK, QR are parallel where the co-ordinates of K is (2a, 0), then the value of r is

(A) $\frac{t}{1-t^2}$ (B) $\frac{1-t^2}{t}$

(C) $\frac{t^2+1}{t}$ (D) $\frac{t^2-1}{t}$

মনে কর $P(at^2, 2at)$, Q, $R(ar^2, 2ar)$ অধিবৃত্ত $y^2 = 4ax$-এর উপরিস্থ তিনটি বিন্দু। যদি PQ অধিবৃত্তটির নাভিগামী জ্যা হয় এবং PK, QR সমান্তরাল হয় যেখানে K এর স্থানাঙ্ক (2a, 0), সেক্ষেত্রে r-এর মান

(A) $\frac{t}{1-t^2}$ (B) $\frac{1-t^2}{t}$

(C) $\frac{t^2+1}{t}$ (D) $\frac{t^2-1}{t}$

24. Let P be a point on the ellipse $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ and the line through P parallel to the y-axis meets the circle $x^2+y^2=9$ at Q, where P, Q are on the same side of the x-axis. If R is a point on PQ such that $\frac{PR}{RQ}=\frac{1}{2}$, then the locus of R is

(A) $\frac{x^2}{9}+\frac{9y^2}{49}=1$ (B) $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{9}=1$

(C) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{49}=1$ (D) $\frac{9x^2}{49}+\frac{y^2}{9}=1$

মনে কর P বিন্দুটি $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ উপবৃত্তের উপরিস্থ বিন্দু এবং P বিন্দুগামী y-অক্ষের সমান্তরাল একটি রেখা $x^2+y^2=9$ বৃত্তকে Q বিন্দুতে ছেদ করে, যেখানে P, Q x-অক্ষের একই দিকে থাকে। যদি R, PQ-এর উপর এমন একটি বিন্দু হয় যে $\frac{PR}{RQ}=\frac{1}{2}$, তবে R-এর সঞ্চারপথ হবে

(A) $\frac{x^2}{9}+\frac{9y^2}{49}=1$ (B) $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{9}=1$

(C) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{49}=1$ (D) $\frac{9x^2}{49}+\frac{y^2}{9}=1$

25. A point P lies on a line through Q(1, −2, 3) and is parallel to the line $\frac{x}{1}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$. If P lies on the plane $2x+3y-4z+22=0$, then segment PQ equals to

(A) $\sqrt{42}$ units (B) $\sqrt{32}$ units

(C) 4 units (D) 5 units

Q(1, −2, 3) বিন্দুগামী ও $\frac{x}{1}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$ রেখার সমান্তরাল রেখাটির উপরিস্থ বিন্দু P। যদি P, $2x+3y-4z+22=0$ তলের উপরিস্থ হয়, তবে PQ ছেদিতাংশ হবে

(A) $\sqrt{42}$ একক (B) $\sqrt{32}$ একক

(C) 4 একক (D) 5 একক

26. The foot of the perpendicular drawn from the point (1, 8, 4) on the line joining the points (0, −11, 4) and (2, −3, 1) is

(A) (4, 5, 2) (B) (−4, 5, 2)

(C) (4, −5, 2) (D) (4, 5, −2)

(0, −11, 4) ও (2, −3, 1) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার উপর (1, 8, 4) থেকে অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক হল

(A) (4, 5, 2) (B) (−4, 5, 2)

(C) (4, −5, 2) (D) (4, 5, −2)

27. The approximate value of sin 31° is

(A) > 0.5 (B) > 0.6

(C) < 0.5 (D) < 0.4

sin 31° -এর আসন্নমান হল

(A) > 0.5 (B) > 0.6

(C) < 0.5 (D) < 0.4

28. Let $f_1(x) = e^x$, $f_2(x) = e^{f_1(x)}$, ..., $f_{n+1}(x) = e^{f_n(x)}$ for all $n \geq 1$. The for any fixed n, $\frac{d}{dx} f_n(x)$ is

(A) $f_n(x)$ (B) $f_n(x)\, f_{n-1}(x)$

(C) $f_n(x)\, f_{n-1}(x) \ldots . f_1(x)$ (D) $f_n(x) \ldots . f_1(x) e^x$

মনে কর সকল $n \geq 1$-এর জন্য $f_1(x) = e^x$, $f_2(x) = e^{f_1(x)}$, ... $f_{n+1}(x) = e^{f_n(x)}$ । তবে নির্দিষ্ট n-এর জন্য $\frac{d}{dx} f_n(x)$ হবে

(A) $f_n(x)$ (B) $f_n(x)\, f_{n-1}(x)$

(C) $f_n(x)\, f_{n-1}(x) \ldots . f_1(x)$ (D) $f_n(x) \ldots . f_1(x) e^x$

29. The domain of definition of $f(x) = \sqrt{\frac{1-|x|}{2-|x|}}$ is

(A) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$ (B) $[-1, 1] \cup (2, \infty) \cup (-\infty, -2)$

(C) $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$ (D) $[-1, 1] \cup (2, \infty)$

Here $(a, b) \equiv \{x : a < x < b\}$ & $[a, b] \equiv \{x : a \leq x \leq b\}$

$f(x) = \sqrt{\frac{1-|x|}{2-|x|}}$ -এর সংজ্ঞার অঞ্চল হল

(A) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$ (B) $[-1, 1] \cup (2, \infty) \cup (-\infty, -2)$

(C) $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$ (D) $[-1, 1] \cup (2, \infty)$

যখন $(a, b) \equiv \{x : a < x < b\}$ & $[a, b] \equiv \{x : a \leq x \leq b\}$

30. Let $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ be differentiable on $[a, b]$ & $k \in \mathbb{R}$. Let $f(a) = 0 = f(b)$. Also let $J(x) = f'(x) - k\, f(x)$. Then

(A) $J(x) > 0$ for all $x \in [a, b]$
(B) $J(x) < 0$ for all $x \in [a, b]$
(C) $J(x) = 0$ has at least one root in (a, b)
(D) $J(x) = 0$ through (a, b)

মনে কর $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ অপেক্ষকটি $[a, b]$ -তে অবকলনযোগ্য এবং $k \in \mathbb{R}$ । ধর $f(a) = 0 = f(b)$ এবং $J(x) = f'(x) + k\, f(x)$ । সেক্ষেত্রে

(A) সকল $x \in [a, b]$ –এর জন্য $J(x) > 0$
(B) সকল $x \in [a, b]$ –এর জন্য $J(x) < 0$
(C) $J(x) = 0$-এর (a, b) –তে অন্তত একটি বীজ আছে
(D) (a, b) -এর সর্বত্র $J(x) = 0$ হবে

31. Let $f(x) = 3x^{10} - 7x^8 + 5x^6 - 21x^3 + 3x^2 - 7$. Then $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(1-h) - f(1)}{h^3 + 3h}$

(A) does not exist
(B) is $\frac{50}{3}$
(C) is $\frac{53}{3}$
(D) is $\frac{22}{3}$

মনে কর $f(x) = 3x^{10} - 7x^8 + 5x^6 - 21x^3 - 3x^2 - 7$ । সেক্ষেত্রে $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(1-h) - f(1)}{h^3 + 3h}$

(A) -এর অস্তিত্ব নেই
(B) হবে $\frac{50}{3}$
(C) হবে $\frac{53}{3}$
(D) হবে $\frac{22}{3}$

32. Let $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ be such that f is differentiable in (a, b), f is continuous at $x=a$ & $x=b$ and moreover $f(a) = 0 = f(b)$. Then

(A) there exists at least one point c in (a, b) such that $f'(c) = f(c)$
(B) $f'(x) = f(x)$ does not hold at any point in (a, b)
(C) at every point of (a, b), $f'(x) > f(x)$
(D) at every point of (a, b), $f'(x) < f(x)$

$f : [a, b] \to \mathbb{R}$ এরূপ যে f, (a, b) তে অন্তরকলনযোগ্য । f, $x=a$ ও $x=b$ বিন্দুদ্বয়ে সন্তত এবং $f(a) = 0 = f(b)$ । সেক্ষেত্রে

(A) (a, b) তে অন্তত একটি বিন্দু c-এর অস্তিত্ব আছে যার ক্ষেত্রে $f'(c) = f(c)$ হবে
(B) (a, b) এর কোন বিন্দুতেই $f'(x) = f(x)$ হবে না
(C) (a, b) এর প্রতি বিন্দুতে $f'(x) > f(x)$ হবে
(D) (a, b) এর প্রতি বিন্দুতে $f'(x) < f(x)$ হবে

33. Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a twice continuously differentiable function such that $f(0) = f(1) = f'(0) = 0$. Then

(A) $f''(0) = 0$

(B) $f''(c) = 0$ for some $c \in \mathbb{R}$

(C) if $c \neq 0$, then $f''(c) \neq 0$

(D) $f'(x) > 0$ for all $x \neq 0$

মনে কর $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ দ্বি-অন্তরকলনযোগ্য ও অন্তরকলজগুলি সন্তত এবং এরূপ যে $f(0) = f(1) = f'(0) = 0$ । সেক্ষেত্রে

(A) $f''(0) = 0$

(B) এমন বিন্দু $c \in \mathbb{R}$ আছে যে $f''(c) = 0$

(C) যদি $c \neq 0$ হয় তবে $f''(c) \neq 0$

(D) সকল $x \neq 0$-এর জন্য $f'(x) > 0$ হবে ।

34. If $\int e^{\sin x} \cdot \left[\dfrac{x\cos^3 x - \sin x}{\cos^2 x}\right] dx = e^{\sin x}.f(x) + c$, where c is constant of integration, then $f(x) =$

(A) $\sec x - x$

(B) $x - \sec x$

(C) $\tan x - x$

(D) $x - \tan x$

যদি $\int e^{\sin x} \cdot \left[\dfrac{x\cos^3 x - \sin x}{\cos^2 x}\right] dx = e^{\sin x}.f(x) + c$ হয়, যেখানে c সমাকল ধ্রুবক, তবে $f(x) =$

(A) $\sec x - x$

(B) $x - \sec x$

(C) $\tan x - x$

(D) $x - \tan x$

35. If $\int f(x) \sin x \cos x \, dx = \dfrac{1}{2(b^2 - a^2)} \log f(x) + c$, where c is the constant of integration, then $f(x) =$

(A) $\dfrac{2}{(b^2 - a^2)\sin 2x}$

(B) $\dfrac{2}{ab \sin 2x}$

(C) $\dfrac{2}{(b^2 - a^2)\cos 2x}$

(D) $\dfrac{2}{ab \cos 2x}$

যদি $\int f(x) \sin x \cos x \, dx = \dfrac{1}{2(b^2 - a^2)} \log f(x) + c$ হয়, যেখানে c হল সমাকল ধ্রুবক, তবে $f(x) =$

(A) $\dfrac{2}{(b^2 - a^2)\sin 2x}$

(B) $\dfrac{2}{ab \sin 2x}$

(C) $\dfrac{2}{(b^2 - a^2)\cos 2x}$

(D) $\dfrac{2}{ab \cos 2x}$

36. If $M = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{x+2}\,dx$, $N = \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x \cos x}{(x+1)^2}\,dx$, then the value of M – N is

(A) π (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{2}{\pi - 4}$ (D) $\frac{2}{\pi + 4}$

যদি $M = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{x+2}\,dx$, $N = \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x \cos x}{(x+1)^2}\,dx$ হয়, সেক্ষেত্রে M – N-এর মান হবে

(A) π (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{2}{\pi - 4}$ (D) $\frac{2}{\pi + 4}$

37. The value of the integral $I = \int_{1/2014}^{2014} \frac{\tan^{-1} x}{x}\,dx$ is

(A) $\frac{\pi}{4}\log 2014$ (B) $\frac{\pi}{2}\log 2014$

(C) $\pi \log 2014$ (D) $\frac{1}{2}\log 2014$

$I = \int_{1/2014}^{2014} \frac{\tan^{-1} x}{x}\,dx$ সমাকলটির মান হবে

(A) $\frac{\pi}{4}\log 2014$ (B) $\frac{\pi}{2}\log 2014$

(C) $\pi \log 2014$ (D) $\frac{1}{2}\log 2014$

38. Let $I = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{x}\,dx$. Then

(A) $\frac{1}{2} \le I \le 1$ (B) $4 \le I \le 2\sqrt{30}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{8} \le I \le \frac{\sqrt{2}}{6}$ (D) $1 \le I \le \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

ধরা যাক $I = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{x}\,dx$ । সেক্ষেত্রে

(A) $\frac{1}{2} \le I \le 1$ (B) $4 \le I \le 2\sqrt{30}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{8} \le I \le \frac{\sqrt{2}}{6}$ (D) $1 \le I \le \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

39. The value of $I = \int_{\pi/2}^{5\pi/2} \frac{e^{\tan^{-1}(\sin x)}}{e^{\tan^{-1}(\sin x)} + e^{\tan^{-1}(\cos x)}}\,dx$, is

(A) 1 (B) π

(C) e (D) $\pi/2$

$I = \int_{\pi/2}^{5\pi/2} \frac{e^{\tan^{-1}(\sin x)}}{e^{\tan^{-1}(\sin x)} + e^{\tan^{-1}(\cos x)}}\,dx$-এর মান হল

(A) 1 (B) π

(C) e (D) $\pi/2$

40. The value of

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \left\{\sec^2 \frac{\pi}{4n} + \sec^2 \frac{2\pi}{4n} + \ldots\ldots + \sec^2 \frac{n\pi}{4n}\right] \text{is}$$

(A) $\log_e 2$ (B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{4}{\pi}$ (D) e

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \left\{\sec^2 \frac{\pi}{4n} + \sec^2 \frac{2\pi}{4n} + \ldots\ldots + \sec^2 \frac{n\pi}{4n}\right]$$ -এর মান হল

(A) $\log_e 2$ (B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{4}{\pi}$ (D) e

41. The differential equation representing the family of curves $y^2 = 2d(x + \sqrt{d})$ where d is a parameter, is of

(A) order 2 (B) degree 2

(C) degree 3 (D) degree 4

যেখানে d হল প্রচল সেখানে বক্ররেখা-পরিবার $y^2 = 2d(x + \sqrt{d})$-এর অবকল সমীকরণটি হবে

(A) 2 ক্রমের (B) 2 ঘাত বিশিষ্ট

(C) 3 ঘাত বিশিষ্ট (D) 4 ঘাত বিশিষ্ট

42. Let $y(x)$ be a solution of $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$ and $y(0) = -1$. Then $y(1)$ is equal to

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{6}$ (D) -1

মনে কর $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$ সমীকরণের $y(x)$ একটি সমাধান এবং $y(0) = -1$ । তবে $y(1)$ হবে

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{6}$ (D) -1

43. The law of motion of a body moving along a straight line is $x = \frac{1}{2}$ vt, x being its distance from a fixed point on the line at time t and v is its velocity there. Then

(A) acceleration f varies directly with x

(B) acceleration f varies inversely with x

(C) acceleration f is constant

(D) acceleration f varies directly with t

একটি বস্তুর সরলরেখা বরাবর গতির সূত্র হল $x = \frac{1}{2}$ vt, যেখানে সময় t, v হল গতিবেগ এবং x হল সরলরেখার উপরিস্থ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে উহার দূরত্ব। সেক্ষেত্রে

(A) ত্বরণ f, x-এর সঙ্গে সরলভেদে আছে।

(B) ত্বরণ f, x-এর সঙ্গে বিপরীত ভেদে আছে।

(C) ত্বরণ f ধ্রুবক

(D) ত্বরণ f, t-এর সঙ্গে সরলভেদে আছে।

44. Number of common tangents of $y = x^2$ and $y = -x^2 + 4x - 4$ is

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

$y = x^2$ ও $y = -x^2 + 4x - 4$ -এর সাধারণ স্পর্শকের সংখ্যা

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

45. Given that n numbers of A.Ms are inserted between two sets of numbers a, 2b and 2a, b where a, b ∈ ℝ. Suppose further that the mth means between these sets of numbers are same, then the ratio a : b equals

(A) n − m + 1 : m (B) n − m + 1 : n

(C) n : n − m + 1 (D) m : n − m + 1

a, 2b এবং 2a, b রাশিমালার মধ্যে n সংখ্যক সমান্তরীয় মধ্যক অন্তর্ভুক্ত করা হ'ল যেখানে a, b ∈ ℝ। মনে কর ঐ দুই রাশিমালার মধ্যেকার m তম মধ্যকদ্বয় পরস্পর সমান। সেক্ষেত্রে অনুপাত a : b হবে

(A) n − m + 1 : m (B) n − m + 1 : n

(C) n : n − m + 1 (D) m : n − m + 1

46. If $x + \log_{10}(1 + 2^x) = x \log_{10} 5 + \log_{10} 6$ then the value of x is

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$

(C) 1 (D) 2

যদি $x + \log_{10}(1 + 2^x) = x \log_{10} 5 + \log_{10} 6$ হয়, তবে x-এর মান হবে

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$

(C) 1 (D) 2

47. If $Z_r = \sin\frac{2\pi r}{11} - i\cos\frac{2\pi r}{11}$ then $\sum_{r=0}^{10} Z_r =$

(A) −1 (B) 0

(C) i (D) −i

$Z_r = \sin\frac{2\pi r}{11} - i\cos\frac{2\pi r}{11}$ হলে $\sum_{r=0}^{10} Z_r =$

(A) −1 (B) 0

(C) i (D) −i

48. If z_1 and z_2 be two non zero complex numbers such that $\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1}=1$, then the origin and the points represented by z_1 and z_2

(A) lie on a straight line
(B) form a right angled triangle
(C) form an equilateral triangle
(D) form an isosceles triangle

z_1 ও z_2 দু'টি অশূন্য জটিল রাশি এমন যে $\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1}=1$ । সেক্ষেত্রে মূলবিন্দু এবং z_1 ও z_2-এর প্রতিনিধিত্বকারী বিন্দুদ্বয়

(A) একই সরলরেখায় থাকবে
(B) বিন্দুত্রয় একটি সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করবে
(C) বিন্দুত্রয় একটি সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করবে
(D) বিন্দুত্রয় একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ গঠন করবে

49. If $b_1b_2 = 2(c_1 + c_2)$ and b_1, b_2, c_1, c_2 are all real numbers, then at least one of the equations $x^2 + b_1x + c_1 = 0$ and $x^2 + b_2x + c_2 = 0$ has

(A) real roots
(B) purely imaginary roots
(C) roots of the form $a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$, $ab \neq 0$)
(D) rational roots

যদি $b_1b_2 = 2(c_1 + c_2)$ হয়, b_1, b_2, c_1, c_2 সকলেই বাস্তব রাশি, সেক্ষেত্রে সমীকরণদ্বয় $x^2 + b_1x + c_1 = 0$ ও $x^2 + b_2x + c_2 = 0$-এর অন্তত একটির

(A) বাস্তব বীজ থাকবে
(B) পুরোপুরি কাল্পনিক বীজ থাকবে
(C) $a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$, $ab \neq 0$) আকারের বীজ থাকবে
(D) মূলদ বীজ থাকবে।

50. The number of selection of n objects from 2n objects of which n are identical and the rest are different is

(A) 2^n
(B) 2^{n-1}
(C) $2^n - 1$
(D) $2^{n-1} + 1$

2n সংখ্যক বস্তুর n সংখ্যক একই ধরণের এবং বাকী n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন ধরণের। n সংখ্যক বস্তু নির্বাচনের উপায়ের সংখ্যা হবে

(A) 2^n
(B) 2^{n-1}
(C) $2^n - 1$
(D) $2^{n-1} + 1$

Category – II (Q.51 to Q.65)

Carry 2 marks each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ½ mark will be deducted.

একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে 2 নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ½ নম্বর কাটা যাবে।

51. Let A be the centre of the circle $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$. Let B (1, 7) and D(4, −2) be two points on the circle such that tangents at B and D meet at C. The area of the quadrilateral ABCD is

(A) 150 sq. units (B) 50 sq. units

(C) 75 sq. units (D) 70 sq. units

$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র হল A। মনে কর B (1, 7), D(4, −2) ঐ বৃত্তের উপরিস্থ দুটি বিন্দু এমন যে B ও D বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় C বিন্দুতে ছেদ করে। চতুর্ভূজ ABCD-এর ক্ষেত্রফল হল

(A) 150 বর্গ একক (B) 50 বর্গ একক

(C) 75 বর্গ একক (D) 70 বর্গ একক

52. Let $f(x) = \begin{cases} -2\sin x, & \text{if } x \le -\frac{\pi}{2} \\ A\sin x + B, & \text{if } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x, & \text{if } x \ge \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Then

(A) f is discontinuous for all A and B

(B) f is continuous for all A = −1 and B = 1

(C) f is continuous for all A = 1 and B = −1

(D) f is continuous for all real values of A, B

মনে কর $f(x) = \begin{cases} -2\sin x, & \text{যদি } x \le -\frac{\pi}{2} \text{ হয়} \\ A\sin x + B, & \text{যদি } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \text{ হয়} \\ \cos x, & \text{যদি } x \ge \frac{\pi}{2} \text{ হয়} \end{cases}$ । সেক্ষেত্রে

(A) সকল A. B-এর জন্য f অসন্তত

(B) A = −1. B = 1-এর জন্য f সন্তত

(C) A = 1. B = −1 এর জন্য f সন্তত

(D) A. B-এর সকল বাস্তবমানের জন্য f সন্তত

53. The normals to the curve $y = x^2 - x + 1$, drawn at the points with the abscissa $x_1 = 0, x_2 = -1$ and $x_3 = \frac{5}{2}$

(A) are parallel to each other
(B) •are pair wise perpendicular
(C) are concurrent
(D) are not concurrent

বক্ররেখা $y = x^2 - x + 1$-এর যে সব বিন্দুতে ভুজ $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = \frac{5}{2}$, সেই বিন্দুগুলিতে অঙ্কিত অভিলম্বত্রয়

(A) পরস্পরের সমান্তরাল
(B) প্রতি যুগল একে অপরের উপর লম্ব
(C) সমবিন্দু
(D) সমবিন্দু নয়

54. The equation $x \log x = 3 - x$

(A) has no root in (1, 3)
(B) has exactly one root in (1, 3)
(C) $x \log x - (3 - x) > 0$ in [1, 3]
(D) $x \log x - (3 - x) < 0$ in [1, 3]

$x \log x = 3 - x$ সমীকরণের

(A) (1, 3)-তে কোন বীজ নেই
(B) (1, 3)-তে একটিই বীজ আছে
(C) [1, 3]-তে $x \log x - (3 - x) > 0$
(D) [1, 3]-তে $x \log x - (3 - x) < 0$

55. Consider the parabola $y^2 = 4x$. Let P and Q be points on the parabola where P (4, –4) & Q (9, 6). Let R be a point on the arc of the parabola between P & Q. Then the area of ΔPQR is largest when

(A) $\angle PQR = 90°$
(B) R(4, 4)
(C) $R\left(\frac{1}{4}, 1\right)$
(D) $R\left(1, \frac{1}{4}\right)$

অধিবৃত্ত $y^2 = 4x$-টির উপরিস্থ P (4, –4) ও Q (9, 6) দুটি বিন্দু। মনে কর অধিবৃত্তের উপরে, P ও Q-এর মধ্যবর্তী বক্ররেখায় R একটি বিন্দু। সেক্ষেত্রে ΔPQR-এর ক্ষেত্রফল সর্বোচ্চ হলে

(A) $\angle PQR = 90°$
(B) R(4, 4)
(C) $R\left(\frac{1}{4}, 1\right)$
(D) $R\left(1, \frac{1}{4}\right)$

56. A ladder 20 ft long leans against a vertical wall. The top end slides downwards at the rate of 2 ft per second. The rate at which the lower end moves on a horizontal floor when it is 12 ft from the wall is

(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{6}{5}$

(C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{17}{4}$

20 ফুট লম্বা একটি মই খাড়া দেওয়ালে হেলান দিয়ে আছে। মইটির শীর্ষবিন্দু সেকেণ্ডে 2 ফুট হারে নিচের দিকে নামছে। মই -এর নিম্ন প্রান্তবিন্দু যখন দেওয়াল থেকে 12 ফুট দূরে তখন তার সরণের হার হ'ল

(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{6}{5}$

(C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{17}{4}$

57. For $0 \le p \le 1$ and for any positive a, b; let $I(p) = (a + b)^p$, $J(p) = a^p + b^p$, then

(A) $I(p) > J(p)$

(B) $I(p) \le J(p)$

(C) $I(p) < J(p)$ in $[0, \frac{p}{2}]$ & $I(p) > J(p)$ in $\left[\frac{p}{2}, \infty\right)$

(D) $I(p) < J(p)$ in $\left[\frac{p}{2}, \infty\right)$ & $J(p) < I(p)$ in $[0, \frac{p}{2}]$

$0 \le p \le 1$ এবং যে কোন ধনাত্মক রাশি a, b-এর জন্য মনে কর $I(p) = (a + b)^p$ এবং $J(p) = a^p + b^p$, সেক্ষেত্রে

(A) $I(p) > J(p)$

(B) $I(p) \le J(p)$

(C) $[0, \frac{p}{2}]$-তে $I(p) < J(p)$ এবং $\left[\frac{p}{2}, \infty\right)$ -তে $I(p) > J(p)$

(D) $\left[\frac{p}{2}, \infty\right)$-তে $I(p) < J(p)$ এবং $[0, \frac{p}{2}]$-তে $J(p) < I(p)$

58. Let $\vec{\alpha} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{\beta} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{\gamma} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ be three vectors. A vector $\vec{\delta}$, in the plane of $\vec{\alpha}$ and $\vec{\beta}$, whose projection on $\vec{\gamma}$ is $\frac{1}{\sqrt{3}}$, is given by

(A) $-\hat{i} - 3\hat{j} - 3\hat{k}$ (B) $\hat{i} - 3\hat{j} - 3\hat{k}$

(C) $-\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$ (D) $\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$

মনে কর $\vec{\alpha} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{\beta} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{\gamma} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ তিনটি ভেক্টর। $\vec{\alpha}$ ও $\vec{\beta}$-এর তলে অবস্থিত একটি ভেক্টর $\vec{\delta}$, যার প্রক্ষেপ $\vec{\gamma}$ -এর উপর হল $\frac{1}{\sqrt{3}}$ । $\vec{\delta}$ হল

(A) $-\hat{i} - 3\hat{j} - 3\hat{k}$ (B) $\hat{i} - 3\hat{j} - 3\hat{k}$

(C) $-\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$ (D) $\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$

59. Let $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ be three unit vectors such that $\vec{\alpha}.\vec{\beta} = \vec{\alpha}.\vec{\gamma} = 0$ and the angle between $\vec{\beta}$ and $\vec{\gamma}$ is 30°. Then $\vec{\alpha}$ is

(A) $2(\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$ (B) $-2(\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$

(C) $\pm 2(\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$ (D) $(\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$

মনে কর $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ তিনটি একক ভেক্টর এমন যে $\vec{\alpha}.\vec{\beta} = \vec{\alpha}.\vec{\gamma} = 0$ এবং $\vec{\beta}$ ও $\vec{\gamma}$ -এর মধ্যেকার কোণ 30°। সেক্ষেত্রে $\vec{\alpha}$ হবে

(A) $2(\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$ (B) $-2(\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$

(C) $\pm 2(\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$ (D) $(\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$

60. Let z_1 and z_2 be complex numbers such that $z_1 \neq z_2$ and $|z_1| = |z_2|$. If $Re(z_1) > 0$ and $Im(z_2) < 0$, then $\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$ is

(A) One (B) real and positive

(C) real and negative (D) purely imaginary

মনে কর z_1 ও z_2 দুটি জটিল রাশি এমন যে $z_1 \neq z_2$ ও $|z_1| = |z_2|$।

যদি $Re(z_1) > 0$ ও $Im(z_2) < 0$ হয় তবে $\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}$

(A) এক (B) বাস্তব ও ধনাত্মক

(C) বাস্তব ও ঋণাত্মক (D) পুরোপুরি কাল্পনিক রাশি

61. From a collection of 20 consecutive natural numbers, four are selected such that they are not consecutive. The number of such selections is

(A) 284×17 (B) 285×17

(C) 284×16 (D) 285×16

20টি পরপর স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি থেকে চারটি সংখ্যা এমন ভাবে বেছে নেওয়া হল যে সংখ্যাগুলি পরপর ক্রমিক সংখ্যা নয়। এরকম বেছে নেওয়ার সংখ্যা

(A) 284×17 (B) 285×17

(C) 284×16 (D) 285×16

62. The least positive integer n such that $\begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{4} & \sin\frac{\pi}{4} \\ -\sin\frac{\pi}{4} & \cos\frac{\pi}{4} \end{pmatrix}^n$ is an identity matrix of order 2 is

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16

n-এর যে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা মানের জন্য

$\begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{4} & \sin\frac{\pi}{4} \\ -\sin\frac{\pi}{4} & \cos\frac{\pi}{4} \end{pmatrix}^n$ একটি 2 মাত্রার একসম ম্যাট্রিক্স হবে, তা হল

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16

63. Let ρ be a relation defined on $\mathbb{N}$, the set of natural numbers, as

$\rho = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : 2x + y = 41\}$ Then

(A) ρ is an equivalence relation (B) ρ is only reflexive relation

(C) ρ is only symmetric relation (D) ρ is not transitive

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\mathbb{N}$-এ সম্বন্ধ ρ নিম্নভাবে সজ্ঞাত আছে :

$\rho = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : 2x + y = 41\}$

সেক্ষেত্রে

(A) ρ সমতুল্যতা সম্বন্ধ (B) ρ শুধুই স্বসম সম্বন্ধ

(C) ρ শুধুই প্রতিসম সম্বন্ধ (D) ρ সংক্রমণ সম্বন্ধ নয়

64. If the polynomial $f(x) = \begin{vmatrix} (1+x)^a & (2+x)^b & 1 \\ 1 & (1+x)^a & (2+x)^b \\ (2+x)^b & 1 & (1+x)^a \end{vmatrix}$, then the constant term of $f(x)$ is

(A) $2 - 3.2^b + 2^{3b}$ (B) $2 + 3.2^b + 2^{3b}$

(C) $2 + 3.2^b - 2^{3b}$ (D) $2 - 3.2^b - 2^{3b}$

[a and b are positive integers]

যদি বহুপদরাশি $f(x) = \begin{vmatrix} (1+x)^a & (2+x)^b & 1 \\ 1 & (1+x)^a & (2+x)^b \\ (2+x)^b & 1 & (1+x)^a \end{vmatrix}$ হয়, তবে $f(x)$-এর ধ্রুবক পদটি হবে

(A) $2 - 3.2^b + 2^{3b}$ (B) $2 + 3.2^b + 2^{3b}$

(C) $2 + 3.2^b - 2^{3b}$ (D) $2 - 3.2^b - 2^{3b}$

[a ও b ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা]

65. A line cuts the x-axis at A (5, 0) and the y-axis at B(0, –3). A variable line PQ is drawn perpendicular to AB cutting the x-axis at P and the y-axis at Q. If AQ and BP meet at R, then the locus of R is

(A) $x^2 + y^2 - 5x + 3y = 0$ (B) $x^2 + y^2 + 5x + 3y = 0$

(C) $x^2 + y^2 + 5x - 3y = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 5x - 3y = 0$

একটি সরলরেখা x-অক্ষকে A(5, 0) বিন্দুতে এবং y-অক্ষকে B(0, –3) বিন্দুতে ছেদ করে। একটি পরিবর্তনশীল রেখা হল PQ, যা AB-এর উপর লম্ব, এবং x-অক্ষকে P বিন্দুতে ও y-অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে। যদি AQ ও BP, R-বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে R-এর সঞ্চারপথ হবে

(A) $x^2 + y^2 - 5x + 3y = 0$ (B) $x^2 + y^2 + 5x + 3y = 0$

(C) $x^2 + y^2 + 5x - 3y = 0$ (D) $x^2 + y^2 - 5x - 3y = 0$

Category – III (Q.66 to Q.75)

Carry 2 marks each and one or more option(s) is/are correct. If all correct answers are not marked and also no incorrect answer is marked then score = 2 × number of correct answers marked ÷ actual number of correct answers. If any wrong option is marked or if any combination including a wrong option is marked, the answer will considered wrong, but there is no negative marking for the same and zero marks will be awarded.

এক বা একাধিক উত্তর সঠিক। সব কটি সঠিক উত্তর দিলে 2 নম্বর পাবে। যদি কোন ভুল উত্তর না থাকে এবং সঠিক উত্তরও সব কটি না থাকে তাহলে পাবে 2 × যে কটি সঠিক উত্তর দেওয়া হয়েছে তার সংখ্যা ÷ আসলে যে কটি উত্তর সঠিক তার সংখ্যা। যদি কোনো ভুল উত্তর দেওয়া হয় বা একাধিক উত্তরের মধ্যে একটিও ভুল থাকে তাহলে উত্তরটি ভুল ধরে নেওয়া হবে। কিন্তু সেক্ষেত্রে কোনো নম্বর কাটা যাবে না, অর্থাৎ শুন্য নম্বর পাবে।

66. In a third order matrix A, a_{ij} denotes the element in the i-th row and j-th column.

If $a_{ij} = 0$ for $i = j$
$= 1$ for $i > j$
$= -1$ for $i < j$

Then the matrix is

(A) skew symmetric
(B) symmetric
(C) not invertible
(D) non-singular

তৃতীয় ক্রমের ম্যাট্রিক্স A-তে i-তম সারি ও j-তম স্তম্ভের উপাদান a_{ij} যেখানে

যেখানে $a_{ij} = 0$ for $i = j$
$= 1$ for $i > j$
$= -1$ for $i < j$

সেক্ষেত্রে ম্যাট্রিক্সটি

(A) বি-প্রতিসম
(B) প্রতিসম
(C) বিপরীত ম্যাট্রিক্স নেই
(D) অ-বিশিষ্ট ম্যাট্রিক্স

67. The area of the triangle formed by the intersection of a line parallel to x-axis and passing through P(h, k), with the lines $y = x$ and $x + y = 2$ is h^2. The locus of the point P is

(A) $x = y - 1$
(B) $x = -(y - 1)$
(C) $x = 1 + y$
(D) $x = -(1 + y)$

P(h, k) বিন্দুগামী, x-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা এবং $y = x$ ও $x + y = 2$ সরলরেখাত্রয়ের দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল h^2। P বিন্দুর সঞ্চারপথ হল

(A) $x = y - 1$
(B) $x = -(y - 1)$
(C) $x = 1 + y$
(D) $x = -(1 + y)$

68. A hyperbola, having the transverse axis of length 2 sin θ is confocal with the ellipse $3x^2 + 4y^2 = 12$. Its equation is

(A) $x^2 \sin^2\theta - y^2 \cos^2\theta = 1$
(B) $x^2 \operatorname{cosec}^2\theta - y^2 \sec^2\theta = 1$
(C) $(x^2 + y^2) \sin^2\theta = 1 + y^2$
(D) $x^2 \operatorname{cosec}^2\theta = x^2 + y^2 + \sin^2\theta$

একটি পরাবৃত্তের অনুপ্রস্থ অক্ষের দৈর্ঘ্য 2 sin θ। পরাবৃত্তটি $3x^2 + 4y^2 = 12$ উপবৃত্তের সমনাভি। ইহার সমীকরণ হল

(A) $x^2 \sin^2\theta - y^2 \cos^2\theta = 1$
(B) $x^2 \operatorname{cosec}^2\theta - y^2 \sec^2\theta = 1$
(C) $(x^2 + y^2) \sin^2\theta = 1 + y^2$
(D) $x^2 \operatorname{cosec}^2\theta = x^2 + y^2 + \sin^2\theta$

69. Let $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{x}\right)$, $x \neq 0$ then assuming k as an integer,

(A) f(x) increases in the interval $\left(\frac{1}{2k+1}, \frac{1}{2k}\right)$
(B) f(x) decreases in the interval $\left(\frac{1}{2k+1}, \frac{1}{2k}\right)$
(C) f(x) decreases in the interval $\left(\frac{1}{2k+2}, \frac{1}{2k+1}\right)$
(D) f(x) increases in the interval $\left(\frac{1}{2k+2}, \frac{1}{2k+1}\right)$

ধরা যাক $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{x}\right)$, $x \neq 0$ সেক্ষেত্রে k পূর্ণ সংখ্যা ধরে,

(A) অন্তরাল $\left(\frac{1}{2k+1}, \frac{1}{2k}\right)$ তে f(x) ক্রমবর্ধমান
(B) অন্তরাল $\left(\frac{1}{2k+1}, \frac{1}{2k}\right)$ তে f(x) ক্রমহ্রাসমান
(C) অন্তরাল $\left(\frac{1}{2k+2}, \frac{1}{2k+1}\right)$ তে f(x) ক্রমহ্রাসমান
(D) অন্তরাল $\left(\frac{1}{2k+2}, \frac{1}{2k+1}\right)$ তে f(x) ক্রমবর্ধমান

70. Consider the function $y = \log_a\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$, $a > 0$, $a \neq 1$. The inverse of the function

(A) does not exist

(B) is $x = \log_{1/a}\left(y + \sqrt{y^2 + 1}\right)$

(C) is $x = \sinh(y \ln a)$

(D) is $x = \cosh\left(-y \ln \frac{1}{a}\right)$

$y = \log_a\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$, $a > 0$, $a \neq 1$ অপেক্ষকটির ক্ষেত্রে বিপরীত অপেক্ষক

(A) অস্তিত্ব নেই

(B) $x = \log_{1/a}\left(y + \sqrt{y^2 + 1}\right)$

(C) $x = \sinh(y \ln a)$

(D) $x = \cosh\left(-y \ln \frac{1}{a}\right)$

71. Let $I = \int_0^1 \frac{x^3 \cos 3x}{2 + x^2}dx$. Then

(A) $-\frac{1}{2} < I < \frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{3} < I < \frac{1}{3}$

(C) $-1 < I < 1$

(D) $-\frac{3}{2} < I < \frac{3}{2}$

মনে কর $I = \int_0^1 \frac{x^3 \cos 3x}{2 + x^2}dx$ । সেক্ষেত্রে

(A) $-\frac{1}{2} < I < \frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{3} < I < \frac{1}{3}$

(C) $-1 < I < 1$

(D) $-\frac{3}{2} < I < \frac{3}{2}$

72. A particle is in motion along a curve $12y = x^3$. The rate of change of its ordinate exceeds that of abscissa in

(A) $-2 < x < 2$ (B) $x = \pm 2$ (C) $x < -2$ (D) $x > 2$

একটি বস্তুকণা বক্ররেখা $12y = x^3$ বরাবর পরিক্রমা করে। ইহার ভুজের পরিবর্তনের হারের চেয়ে কোটির পরিবর্তনের হার বেশি হবে যখন

(A) $-2 < x < 2$

(B) $x = \pm 2$

(C) $x < -2$

(D) $x > 2$

73. The area of the region lying above x-axis, and included between the circle $x^2 + y^2 = 2ax$ & the parabola $y^2 = ax$, $a > 0$ is

(A) $8\pi a^2$ (B) $a^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{2}{3}\right)$

(C) $\frac{16\pi a^2}{9}$ (D) $\pi\left(\frac{27}{8}+3a^2\right)$

x-অক্ষের উপরে বৃত্ত $x^2 + y^2 = 2ax$ ও অধিবৃত্ত $y^2 = ax$, $a > 0$-এর দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হল

(A) $8\pi a^2$ (B) $a^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{2}{3}\right)$

(C) $\frac{16\pi a^2}{9}$ (D) $\pi\left(\frac{27}{8}+3a^2\right)$

74. If the equation $x^2 - cx + d = 0$ has roots equal to the fourth powers of the roots of $x^2 + ax + b = 0$, where $a^2 > 4b$, then the roots of $x^2 - 4bx + 2b^2 - c = 0$ will be

(A) both real (B) both negative

(C) both positive (D) one positive and one negative

$x^2 - cx + d = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়, $x^2 + ax + b = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের চতুর্ঘাতের সঙ্গে সমান যেখানে $a^2 > 4b$, সেক্ষেত্রে $x^2 - 4bx + 2b^2 - c = 0$ সমীকরণের বীজগুলি হবে

(A) উভয়েই বাস্তব (B) উভয়েই ঋণাত্মক

(C) উভয়েই ধনাত্মক (D) একটি ধনাত্মক ও একটি ঋণাত্মক

75. On the occasion of Dipawali festival each student of a class sends greeting cards to others. If there are 20 students in the class, the number of cards sends by students is

(A) ${}^{20}C_2$ (B) ${}^{20}P_2$ (C) $2 \times {}^{20}C_2$ (D) $2 \times {}^{20}P_2$

দীপাবলী উৎসব উপলক্ষ্যে একটি শ্রেণীর পড়ুয়ারা পরস্পর পরস্পরকে শুভেচ্ছা কার্ড পাঠায়। যদি শ্রেণীতে 20 জন পড়ুয়া থাকে, তবে প্রেরিত কার্ডের সংখ্যা

(A) ${}^{20}C_2$ (B) ${}^{20}P_2$ (C) $2 \times {}^{20}C_2$ (D) $2 \times {}^{20}P_2$