Series EF1GH/2

SET~2

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/2/2**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

नोट / NOTE :

(i) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
*Please check that this question paper contains **23** printed pages.*

(ii) *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(iii) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
*Please check that this question paper contains **38** questions.*

(iv) ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.

(v) *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका पालन कीजिए :

*(i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।*

*(ii) प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – खण्ड **क, ख, ग, घ** तथा **ङ**।*

*(iii) **खण्ड-क** में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं कारण आधारित **एक-एक** अंक के प्रश्न हैं।*

*(iv) **खण्ड-ख** में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **दो-दो** अंकों के प्रश्न हैं।*

*(v) **खण्ड-ग** में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **तीन-तीन** अंकों के प्रश्न हैं।*

*(vi) **खण्ड-घ** में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **पाँच-पाँच** अंकों के प्रश्न हैं।*

*(vii) **खण्ड-ङ** में प्रश्न संख्या 36 से 38 तक अध्ययन/केस/अनुच्छेद/एकीकृत इकाइयाँ मूल्यांकन आधारित **चार-चार** अंकों के प्रश्न हैं।*

*(viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड-**ख** के 2 प्रश्नों में, खण्ड-**ग** के 3 प्रश्नों में, खण्ड-**घ** के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड-**ङ** के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।*

(ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

खण्ड – क

(बहुविकल्पीय प्रश्न)

प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है।

1. यदि $\frac{d}{dx} f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ तथा $f(1) = 1$ है, तो $f(x)$ है : **1**

(A) $x^2 + 3 \log |x| + 1$

(B) $x^2 + 3 \log |x|$

(C) $2 - \frac{3}{x^2}$

(D) $x^2 + 3 \log |x| - 4$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and follow them :

(i) *This Question Paper contains **38** questions. **All** questions are compulsory.*

(ii) *Question paper is divided into **FIVE** Sections – Section **A**, **B**, **C**, **D** and **E**.*

(iii) *In **Section A** – Question Nos. **1** to **18** are Multiple Choice Questions (MCQs) and Question Nos. **19** & **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B** – Question Nos. **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions of **2** marks each.*

(v) *In **Section C** – Question Nos. **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D** – Question Nos. **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E** – Question Nos. **36** to **38** are source based/case based/passage based/integrated units of assessment questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in **2** questions in Section **B**, **3** questions in Section **C**, 2 questions in Section **D** and **2** questions in Section **E**.*

(ix) *Use of calculators is **NOT** allowed.*

SECTION – A

(Multiple Choice Questions)

Each question carries 1 mark.

1. If $\frac{d}{dx} f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ and $f(1) = 1$, then $f(x)$ is **1**

(A) $x^2 + 3 \log |x| + 1$

(B) $x^2 + 3 \log |x|$

(C) $2 - \frac{3}{x^2}$

(D) $x^2 + 3 \log |x| - 4$

2. अवकल समीकरण $\sin x + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = y^2$ की घात है : **1**

(A) 2 (B) 1

(C) परिभाषित नहीं है । (D) 0

3. अवकल समीकरण $(1 - y^2)\frac{dx}{dy} + yx = ay, (-1 < y < 1)$ का समाकलन गुणक है : **1**

(A) $\frac{1}{y^2 - 1}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{y^2 - 1}}$

(C) $\frac{1}{1 - y^2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{1 - y^2}}$

4. यदि P तथा Q के निर्देशांक क्रमशः (2, 1, –1) तथा (4, 4, –7) हैं, तो $\overrightarrow{PQ}$ के अनुदिश मात्रक सदिश है : **1**

(A) $2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ (B) $-2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

(C) $\frac{-2\hat{i}}{7} - \frac{3\hat{j}}{7} + \frac{6\hat{k}}{7}$ (D) $\frac{2\hat{i}}{7} + \frac{3\hat{j}}{7} - \frac{6\hat{k}}{7}$

5. यदि ΔABC में $\overrightarrow{BA} = 2\vec{a}$ तथा $\overrightarrow{BC} = 3\vec{b}$ है, तो $\overrightarrow{AC}$ है : **1**

(A) $2\vec{a} + 3\vec{b}$ (B) $2\vec{a} - 3\vec{b}$

(C) $3\vec{b} - 2\vec{a}$ (D) $-2\vec{a} - 3\vec{b}$

6. यदि $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{3}$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$ है, तो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण बराबर है : **1**

(A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

2. Degree of the differential equation $\sin x + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = y^2$ is **1**

(A) 2 (B) 1

(C) not defined (D) 0

3. The integrating factor of the differential equation

$$(1 - y^2)\frac{dx}{dy} + yx = ay, \ (-1 < y < 1) \text{ is}$$ **1**

(A) $\frac{1}{y^2 - 1}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{y^2 - 1}}$

(C) $\frac{1}{1 - y^2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{1 - y^2}}$

4. Unit vector along $\overrightarrow{PQ}$, where coordinates of P and Q respectively are (2, 1, –1) and (4, 4, –7), is **1**

(A) $2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ (B) $-2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

(C) $\frac{-2\hat{i}}{7} - \frac{3\hat{j}}{7} + \frac{6\hat{k}}{7}$ (D) $\frac{2\hat{i}}{7} + \frac{3\hat{j}}{7} - \frac{6\hat{k}}{7}$

5. If in ΔABC, $\overrightarrow{BA} = 2\vec{a}$ and $\overrightarrow{BC} = 3\vec{b}$, then $\overrightarrow{AC}$ is **1**

(A) $2\vec{a} + 3\vec{b}$ (B) $2\vec{a} - 3\vec{b}$

(C) $3\vec{b} - 2\vec{a}$ (D) $-2\vec{a} - 3\vec{b}$

6. If $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{3}$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$, then angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is **1**

(A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

7. मूल बिंदु से होकर जाने वाली तथा x, y, z अक्षों से क्रमशः 30°, 60° तथा 90° के कोण बनाने वाली रेखा का समीकरण है : **1**

(A) $\frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{y}{2} = \frac{z}{0}$ (B) $\frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{2y}{1} = \frac{z}{0}$

(C) $2x = \frac{2y}{\sqrt{3}} = \frac{z}{1}$ (D) $\frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{2y}{1} = \frac{z}{1}$

8. दो घटनाओं A तथा B के लिए P(A/B)=2 × P(B/A) है तथा P(A) + P(B) = $\frac{2}{3}$ है, तो P(B) बराबर है **1**

(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{7}{9}$

(C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{5}{9}$

9. x के सापेक्ष $\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$ का प्रतिअवकलज है : **1**

(A) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + c$ (B) $-\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + c$

(C) $\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right| + c$ (D) $-\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right| + c$

10. यदि एक ΔABC के शीर्ष (a, b), (c, d) तथा (e, f) हैं तथा ΔABC का क्षेत्रफल Δ द्वारा निरूपित किया जाता है, तो $\begin{vmatrix} a & c & e \\ b & d & f \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}^2$ बराबर है : **1**

(A) $2\Delta^2$ (B) $4\Delta^2$

(C) 2Δ (D) 4Δ

11. फलन $f(x) = x|x|$, $x = 0$ पर **1**

(A) संतत तथा अवकलनीय है । (B) संतत है, परन्तु अवकलनीय नहीं है ।

(C) अवकलनीय है, परन्तु संतत नहीं है । (D) न संतत और न ही अवकलनीय है ।

7. Equation of line passing through origin and making 30°, 60° and 90° with x, y, z axes respectively is **1**

(A) $\frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{y}{2} = \frac{z}{0}$ (B) $\frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{2y}{1} = \frac{z}{0}$

(C) $2x = \frac{2y}{\sqrt{3}} = \frac{z}{1}$ (D) $\frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{2y}{1} = \frac{z}{1}$

8. If A and B are two events such that P(A/B)=2 × P(B/A) and P(A) + P(B) = $\frac{2}{3}$, then P(B) is equal to **1**

(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{7}{9}$

(C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{5}{9}$

9. Anti-derivative of $\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$ with respect to x is : **1**

(A) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + c$ (B) $-\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + c$

(C) $\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right| + c$ (D) $-\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right| + c$

10. If (a, b), (c, d) and (e, f) are the vertices of ΔABC and Δ denotes the area of ΔABC, then $\begin{vmatrix} a & c & e \\ b & d & f \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}^2$ is equal to **1**

(A) $2\Delta^2$ (B) $4\Delta^2$

(C) 2Δ (D) 4Δ

11. The function $f(x) = x|x|$ is **1**

(A) continuous and differentiable at $x = 0$.

(B) continuous but not differentiable at $x = 0$.

(C) differentiable but not continuous at $x = 0$.

(D) neither differentiable nor continuous at $x = 0$.

12. यदि $\tan\left(\frac{x+y}{x-y}\right) = k$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है : 1

(A) $\frac{-y}{x}$

(B) $\frac{y}{x}$

(C) $\sec^2\left(\frac{y}{x}\right)$

(D) $-\sec^2\left(\frac{y}{x}\right)$

13. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के उद्देश्य फलन $Z = ax + by$ का (4, 6) पर अधिकतम मान 42 है तथा (3, 2) पर न्यूनतम मान 19 है, तो निम्न में से कौन सा सत्य है ? 1

(A) $a = 9, b = 1$

(B) $a = 5, b = 2$

(C) $a = 3, b = 5$

(D) $a = 5, b = 3$

14. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिंदु (0, 4), (8, 0) तथा $\left(\frac{20}{3}, \frac{4}{3}\right)$ हैं । यदि इसका उद्देश्य फलन $Z = 30x + 24y$ है, तो (Z का अधिकतम मान – Z का न्यूनतम मान) बराबर है : 1

(A) 40

(B) 96

(C) 120

(D) 136

15. यदि A एक ऐसा 2×3 आव्यूह है कि AB तथा AB' दोनों परिभाषित हैं, तो आव्यूह B की कोटि है : 1

(A) 2×2

(B) 2×1

(C) 3×2

(D) 3×3

16. यदि $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = P + Q$ है, जहाँ P एक सममित आव्यूह है तथा Q एक विषम सममित आव्यूह है, तो Q बराबर है : 1

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 5/2 \\ 5/2 & 4 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 0 & -5/2 \\ 5/2 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 5/2 \\ -5/2 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 2 & -5/2 \\ 5/2 & 4 \end{bmatrix}$

12. If $\tan\left(\frac{x+y}{x-y}\right) = k$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to **1**

(A) $\frac{-y}{x}$ (B) $\frac{y}{x}$

(C) $\sec^2\left(\frac{y}{x}\right)$ (D) $-\sec^2\left(\frac{y}{x}\right)$

13. The objective function $Z = ax + by$ of an LPP has maximum value 42 at (4, 6) and minimum value 19 at (3, 2). Which of the following is true ? **1**

(A) a = 9, b = 1 (B) a = 5, b = 2

(C) a = 3, b = 5 (D) a = 5, b = 3

14. The corner points of the feasible region of a linear programming problem are (0, 4), (8, 0) and $\left(\frac{20}{3}, \frac{4}{3}\right)$. If $Z = 30x + 24y$ is the objective function, then (maximum value of Z – minimum value of Z) is equal to **1**

(A) 40 (B) 96

(C) 120 (D) 136

15. If A is a 2×3 matrix such that AB and AB' both are defined, then order of the matrix B is **1**

(A) 2×2 (B) 2×1

(C) 3×2 (D) 3×3

16. If $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = P + Q$, where P is a symmetric and Q is a skew symmetric matrix, then Q is equal to **1**

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 5/2 \\ 5/2 & 4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & -5/2 \\ 5/2 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 5/2 \\ -5/2 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & -5/2 \\ 5/2 & 4 \end{bmatrix}$

17. यदि $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & a & 1 \end{bmatrix}$ एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तथा $a \in A$ है, तो समुच्चय A बराबर है : **1**

(A) $\mathbb{R}$ (B) $\{0\}$

(C) $\{4\}$ (D) $\mathbb{R} - \{4\}$

18. यदि $|A| = |kA|$ है, जहाँ A कोटि 2 का वर्ग आव्यूह है, तो k के सभी संभव मानों का योगफल है : **1**

(A) 1 (B) –1

(C) 2 (D) 0

अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

प्रश्न संख्या 19 एवं 20 में एक अभिकथन (A) के बाद एक तर्क आधारित कथन (R) दिया है । प्रत्येक में निम्न चारों में से कोई एक सही विकल्प चुनिए :

(A) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं और कथन (R), कथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं, परन्तु कथन (R), कथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है ।

(C) (A) सत्य है, परन्तु (R) सत्य नहीं है ।

(D) (A) असत्य है तथा (R) सत्य है ।

19. **अभिकथन (A) :** यदि एक रेखा निर्देशांक अक्षों की धनात्मक दिशाओं से α, β, γ के कोण बनाती है, तो $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$ है । **1**

तर्क (R) : एक रेखा के दिक् कोसाइनों के वर्गों का योग 1 होता है ।

20. **अभिकथन (A) :** $(\cos^{-1} x)^2$ का अधिकतम मान π^2 है । **1**

तर्क (R) : $\cos^{-1}x$ की मुख्य मान शाखा का परिसर $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ है ।

17. If $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & a & 1 \end{bmatrix}$ is non-singular matrix and $a \in A$, then the set A is **1**

(A) $\mathbb{R}$ (B) $\{0\}$

(C) $\{4\}$ (D) $\mathbb{R} - \{4\}$

18. If $|A| = |kA|$, where A is a square matrix of order 2, then sum of all possible values of k is **1**

(A) 1 (B) –1

(C) 2 (D) 0

ASSERTION-REASON BASED QUESTIONS

In the following questions 19 & 20, a statement of Assertion (A) is followed by a statement of Reason (R).

Choose the correct answer out of the following choices :

(A) Both (A) and (R) are true and (R) is the correct explanation of (A).

(B) Both (A) and (R) are true, but (R) is not the correct explanation of (A).

(C) (A) is true, but (R) is false.

(D) (A) is false, but (R) is true.

19. **Assertion (A) :** If a line makes angles α, β, γ with positive direction of the coordinate axes, then $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$. **1**

Reason (R) : The sum of squares of the direction cosines of a line is 1.

20. **Assertion (A) :** Maximum value of $(\cos^{-1} x)^2$ is π^2. **1**

Reason (R) : Range of the principal value branch of $\cos^{-1}x$ is $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

खण्ड – ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं।

21. यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ तीन ऐसे शून्येतर असमान सदिश हैं कि $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\vec{c}$ है, तो $\vec{a}$ तथा $\vec{b} - \vec{c}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। **2**

22. (a) मान ज्ञात कीजिए : $\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}(\cos \pi) + \tan^{-1}(1)$ **2**

अथवा

(b) $\cos^{-1} x$ का आलेख खींचिए जहाँ $x \in [-1, 0]$ तथा इसका परिसर भी लिखिए। **2**

23. यदि एक रेखा के समीकरण $x = ay + b$, $z = cy + d$ हैं, तो रेखा के दिक् अनुपात ज्ञात कीजिए तथा रेखा पर स्थित एक बिंदु भी ज्ञात कीजिए। **2**

24. (a) यदि $y = \sqrt{ax + b}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$ **2**

अथवा

(b) यदि $f(x) = \begin{cases} ax + b & ; \quad 0 < x \leq 1 \\ 2x^2 - x & ; \quad 1 < x < 2 \end{cases}$ द्वारा दिया गया फलन (0, 2) पर अवकलनीय है, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए। **2**

25. यदि किसी वृत्त की परिधि एक स्थिर दर से बढ़ रही है, तो सिद्ध कीजिए कि वृत्त के क्षेत्रफल के बदलने की दर इसकी त्रिज्या के अनुलोम अनुपाती है। **2**

खण्ड – ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं।

26. मान ज्ञात कीजिए : $\displaystyle\int_{\log\sqrt{2}}^{\log\sqrt{3}} \frac{1}{(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})}\, dx$ **3**

SECTION – B

This section comprises of Very Short Answer Type (VSA) questions, each of **2** marks.

21. If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three non-zero unequal vectors such that $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$, then find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b} - \vec{c}$. **2**

22. (a) Evaluate $\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1} (\cos \pi) + \tan^{-1} (1)$. **2**

OR

(b) Draw the graph of $\cos^{-1} x$, where $x \in [-1, 0]$. Also, write its range. **2**

23. If the equation of a line is $x = ay + b$, $z = cy + d$, then find the direction ratios of the line and a point on the line. **2**

24. (a) If $y = \sqrt{ax + b}$, prove that $y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$. **2**

OR

(b) If $f(x) = \begin{cases} ax + b & ; \quad 0 < x \le 1 \\ 2x^2 - x & ; \quad 1 < x < 2 \end{cases}$ is a differentiable function in (0, 2), then find the values of a and b. **2**

25. If the circumference of circle is increasing at the constant rate, prove that rate of change of area of circle is directly proportional to its radius. **2**

SECTION – C

The section comprises Short Answer (SA) type questions of **3** marks each.

26. Evaluate $\displaystyle\int_{\log\sqrt{2}}^{\log\sqrt{3}} \frac{1}{(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})} \, dx$ **3**

27. (a) अवकल समीकरण $(xy - x^2)\ dy = y^2\ dx$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । **3**

अथवा

(b) अवकल समीकरण $(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + 2xy = \sqrt{x^2 + 4}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । **3**

28. (a) एक बर्तन, जिसमें लाल तथा हरी गेंदों की संख्या समान है, से यादृच्छया एक-एक करके प्रतिस्थापना सहित दो गेंदें निकाली जाती हैं । लाल गेंदों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । यादृच्छिक चर का माध्य भी ज्ञात कीजिए । **3**

अथवा

(b) A और B बारी-बारी से एक पासे को उछालते रहते हैं जब तक कि उनमें से कोई एक पासे पर छः प्राप्त कर खेल को जीत नहीं लेता । यदि A खेल को शुरू करे, तो उनके जीतने की क्रमशः प्रायिकता ज्ञात कीजिए । **3**

29. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों : $x + 2y \geq 100,$

$2x - y \leq 0,$

$2x + y \leq 200,$

$x \geq 0, y \geq 0$

के अंतर्गत $Z = x + 2y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए । **3**

30. (a) मान ज्ञात कीजिए : $\int_{-1}^{1} |x^4 - x|\ dx$ **3**

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin^{-1}x}{(1- x^2)^{3/2}}\ dx$ **3**

31. ज्ञात कीजिए : $\int e^x \left(\frac{1 - \sin x}{1 - \cos x}\right) dx$ **3**

27. (a) Find the general solution of the differential equation :

$(xy - x^2)\, dy = y^2\, dx$. **3**

OR

(b) Find the general solution of the differential equation :

$$(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + 2xy = \sqrt{x^2 + 4}$$ **3**

28. (a) Two balls are drawn at random one by one with replacement from an urn containing equal number of red balls and green balls. Find the probability distribution of number of red balls. Also, find the mean of the random variable. **3**

OR

(b) A and B throw a die alternately till one of them gets a '6' and wins the game. Find their respective probabilities of wining, if A starts the game first. **3**

29. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize : $Z = x + 2y$

subject to constraints : $x + 2y \geq 100$,

$2x - y \leq 0$,

$2x + y \leq 200$,

$x \geq 0, y \geq 0$. **3**

30. (a) Evaluate $\int_{-1}^{1} |x^4 - x|\, dx$. **3**

OR

(b) Find $\int \frac{\sin^{-1}x}{(1 - x^2)^{3/2}}\, dx$. **3**

31. Find $\int e^x \left(\frac{1 - \sin x}{1 - \cos x}\right) dx$ **3**

खण्ड – घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **5** अंक हैं ।

32. (a) समांतर चतुर्भुज PQRS जिसके शीर्ष P(4, 2, –6), Q(5, –3, 1), R(12, 4, 5) तथा S(11, 9, –2) हैं, के विकर्णों के समीकरण ज्ञात कीजिए तथा इनके प्रयोग से विकर्णों का प्रतिच्छेदन बिंदु ज्ञात कीजिए । **5**

अथवा

(b) बिंदु (–1, 3, –2) से होकर जाने वाली तथा दोनों रेखाओं $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ तथा $\frac{x+2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{5}$ के लंबवत, एक रेखा l का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए । अतः इस रेखा की मूल बिंदु से दूरी ज्ञात कीजिए । **5**

33. समाकलन के प्रयोग से उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (–1, 1), (0, 5) तथा (3, 2) हैं । **5**

34. एक फलन f: [– 4, 4] → [0, 4], $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$ द्वारा प्रदत्त है । दर्शाइए कि f एक आच्छादक फलन है, परन्तु एकैकी फलन नहीं है । इसके अतिरिक्त 'a' के वह सभी मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए $f(a) = \sqrt{7}$ है । **5**

35. (a) यदि $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ हैं, तो AB ज्ञात कीजिए तथा इसके प्रयोग से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x - 2y = 3$$
$$2x - y - z = 2$$
$$-2y + z = 3$$
5

अथवा

(b) यदि $f(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $f(\alpha) \cdot f(-\beta) = f(\alpha - \beta)$ **5**

SECTION – D

This section comprises Long Answer type (LA) questions of **5** marks each.

32. (a) Find the equations of the diagonals of the parallelogram PQRS whose vertices are P(4, 2, –6), Q(5, –3, 1), R(12, 4, 5) and S(11, 9, –2). Use these equations to find the point of intersection of diagonals. **5**

OR

(b) A line l passes through point (–1, 3, –2) and is perpendicular to both the lines $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ and $\frac{x+2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{5}$. Find the vector equation of the line l. Hence, obtain its distance from origin. **5**

33. Using Integration, find the area of triangle whose vertices are (–1, 1), (0, 5) and (3, 2). **5**

34. A function f: [– 4, 4] → [0, 4] is given by $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$. Show that f is an onto function but not a one-one function. Further, find all possible values of 'a' for which $f(a) = \sqrt{7}$. **5**

35. (a) If $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, then find AB and use it to solve the following system of equations :

$$x - 2y = 3$$

$$2x - y - z = 2$$

$$-2y + z = 3$$ **5**

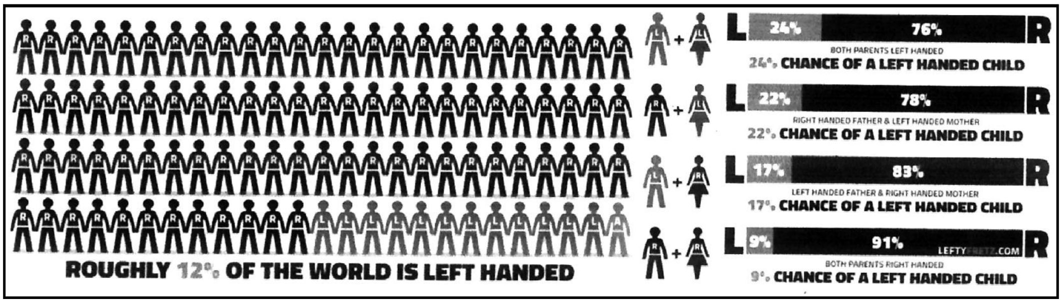
OR

(b) If $f(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, then prove that $f(\alpha) \cdot f(-\beta) = f(\alpha - \beta)$ **5**

खण्ड – ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन केस/अनुच्छेद/एकीकृत इकाइयाँ मूल्यांकन आधारित प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के **4** अंक हैं ।

36. आधुनिक अध्ययन यह सुझाते हैं कि दुनिया की आबादी में लगभग 12% लोग वामहस्तिक हैं ।



माता–पिता पर निर्भर करते हुए, बच्चे के वामहस्तिक होने के संयोग निम्न हैं :

A : जब पिता तथा माता दोनों वामहस्तिक हों :
वामहस्तिक बच्चे के संयोग 24% हैं ।

B : जब पिता दक्षिणहस्तिक तथा माता वामहस्तिक हो :
वामहस्तिक बच्चे के संयोग 22% हैं ।

C : जब पिता वामहस्तिक तथा माता दक्षिणहस्तिक हो :
वामहस्तिक बच्चे के संयोग 17% हैं ।

D : जब पिता व माता दोनों दक्षिणहस्तिक हों :
वामहस्तिक बच्चे के संयोग 9% हैं ।

यह मानते हुए कि $P(A) = P(B) = P(C) = P(D) = \frac{1}{4}$ है तथा L उस घटना को दर्शाता है जहाँ बच्चा वामहस्तिक हो ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न ज्ञात कीजिए :

(i) ज्ञात कीजिए : $P(L/C)$ **1**

(ii) ज्ञात कीजिए : $P(\bar{L}/A)$ **1**

(iii) (a) ज्ञात कीजिए : $P(A/L)$ **2**

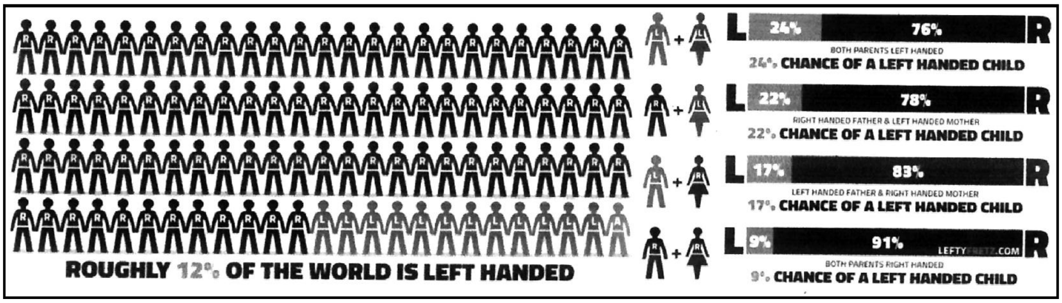
अथवा

(b) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि एक यादृच्छया चुना गया बच्चा वामहस्तिक है जबकि दिया है माता–पिता में से मात्र एक वामहस्तिक है । **2**

SECTION – E

This section comprises 3 source based case-based/passage based/integrated units of assessment questions of **4** marks each.

36. Recent studies suggest that roughly 12% of the world population is left handed.



Depending upon the parents, the chances of having a left handed child are as follows :

A : When both father and mother are left handed :
Chances of left handed child is 24%.

B : When father is right handed and mother is left handed :
Chances of left handed child is 22%.

C : When father is left handed and mother is right handed :
Chances of left handed child is 17%.

D : When both father and mother are right handed :
Chances of left handed child is 9%.

Assuming that $P(A) = P(B) = P(C) = P(D) = \frac{1}{4}$ and L denotes the event that child is left handed.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) Find P(L/C) **1**

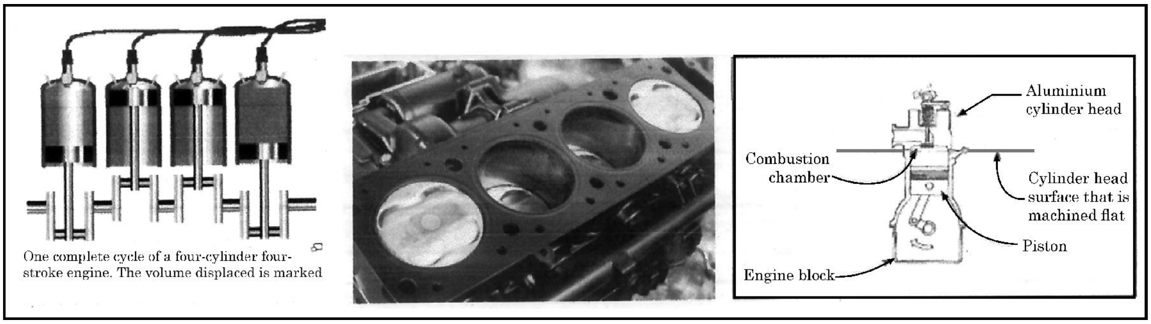
(ii) Find $P(\overline{L}/A)$ **1**

(iii) (a) Find P(A/L) **2**

OR

(b) Find the probability that a randomly selected child is left handed given that exactly one of the parents is left handed. **2**

37. एक पिस्टन इंजन में पिस्टनों के द्वारा बेलन में विस्थापित आयतन की माप को इंजन–विस्थापन कहा जाता है, जहाँ पिस्टन, बेलन के छिद्र में गति करता है ।



$75\,\pi\ \text{cm}^2$ क्षेत्रफल की धातु की शीट से, एक ऊपर से खुला वृत्तीय बेलन बनाया जाता है, जो बेलन के छिद्र का कार्य करता है ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि बेलन की त्रिज्या r cm तथा ऊँचाई h cm है तो बेलन के छिद्र के आयतन V को r में व्यक्त कीजिए । **1**

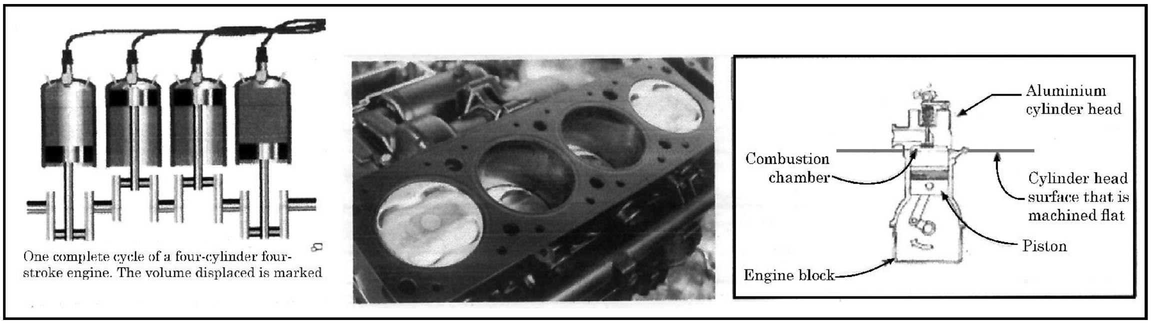
(ii) $\frac{dV}{dr}$ ज्ञात कीजिए । **1**

(iii) (a) बेलन की वह त्रिज्या ज्ञात कीजिए जब इसका आयतन अधिकतम हो । **2**

अथवा

(b) बताइए कि अधिकतम आयतन के लिए, $h > r$ एक सत्य कथन है अथवा नहीं । अपने उत्तर का औचित्य दीजिए । **2**

37. Engine displacement is the measure of the cylinder volume swept by all the pistons of a piston engine. The piston moves inside the cylinder bore



The cylinder bore in the form of circular cylinder open at the top is to be made from a metal sheet of area 75π cm^2.

Based on the above information, answer the following questions :

(i) If the radius of cylinder is r cm and height is h cm, then write the volume V of cylinder in terms of radius r. **1**

(ii) Find $\frac{dV}{dr}$. **1**

(iii) (a) Find the radius of cylinder when its volume is maximum. **2**

OR

(b) For maximum volume, $h > r$. State true or false and justify. **2**

38. विद्युत वाहनों का प्रयोग अंत में वायु प्रदूषण पर नियंत्रण कर लेगा ।

विद्युत वाहनों का प्रयोग प्रति वर्ष बढ़ रहा है । किसी समय t पर प्रयोग में आ रहे विद्युत वाहनों का आकलन निम्न फलन V द्वारा दिया गया है :

$$V(t) = \frac{1}{5}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 25\,t - 2$$

जहाँ t समय को निरूपित करता है तथा $t = 1, 2, 3....$ क्रमशः वर्षों 2001, 2002, 2003, ... से संगत हैं ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) क्या वर्ष 2000 में प्रयोग हो रहे विद्युत वाहनों के आकलन में उपरोक्त फलन का प्रयोग किया जा सकता है ? औचित्य दीजिए । **2**

(ii) सिद्ध कीजिए कि प्रदत्त फलन V(t) एक वर्धमान फलन है । **2**