कुल पृष्ठ संख्या–32 (कवर पेज सहित) क्रम संख्या....

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर

उच्च माध्यमिक परीक्षा

(परीक्षार्थी द्वारा स्वयं भरा जाना चाहिये)

Candidate's Roll No. In English

(In Figures) _ _ _ _ _ _ _ _

(In Words) _____

_____

परीक्षार्थी का नामांक हिन्दी में

शब्दों में _____

_____

नोट :– परीक्षार्थी उपरोक्त के अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका के अन्य किसी भी भाग में अपना नामांक नहीं लिखें।

माध्यम – हिन्दी [✓] अंग्रेजी [ ]

विषय गणित

परीक्षा का दिन शनिवार

दिनांक 23/03/18

नोट :– परीक्षार्थी के लिए आवश्यक निर्देश इस पृष्ठ के पिछले भाग पर उल्लेखित हैं। जिन्हें सावधानी पूर्वक पढ़ लें व पालना अवश्य करें।

परीक्षक हेतु निर्देश :– (1) परीक्षक को उपरोक्त सारणी अनुसार प्राप्तांक भरना अनिवार्य है, अन्यथा नियमानुसार दंडित किया जायेगा।

(2) परीक्षक उत्तर पुस्तिका के अन्दर के पृष्ठों के बायीं ओर निर्धारित कॉलम में लाल इंक से अंक प्रदत्त करें।

(3) कुल योग भिन्न में प्राप्त होने पर उसे पूर्णांक में ही परिवर्तित कर अंकित करें (उदारणार्थ : 15 ¼ को 16, 17 ½ को 18, 19 ¾ को 20)

प्रश्नवार प्राप्तांकों की सारणी (परीक्षक के उपयोग हेतु)

प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक	प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक
1		19	
2		20	
3		21	
4		22	
5		23	
6		24	
7		25	
8		26	
9		27	
10		28	
11		29	
12		30	
13		31	
14		योग	
15		प्राप्त अंकों का कुल योग (Round off)	
16		अंकों में	शब्दों में
17			
18			

परीक्षक के हस्ताक्षर _____ संकेतांक _ _ _ _ _

प्रमाणित किया जाता है कि इस उत्तर पुस्तिका के निर्माण में 58 जी.एस.एम. क्रीमवोव कागज ही उपयोग में लिया गया है।165/2019

Previous Pathshala

परीक्षार्थियों के लिए आवश्यक निर्देश

1. समस्त प्रश्नों का हल निर्धारित शब्द सीमा में इसी उत्तर पुस्तिका में करना है। विशेष परिस्थिति में अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका पृथक से उत्तर पुस्तिका भरी हुई होने पर पर्यवेक्षक एवं वीक्षक की अनुशंषा पर ही उपलब्ध कराई जायेगी।
2. प्रश्न–पत्र पर निर्धारित स्थान पर अपना नामांक लिखें।
3. प्रश्न–पत्र हल करने के पश्चात जिस पृष्ठ पर हल समाप्त होता है, उस पर अन्त में "समाप्त" लिखकर अन्त के सभी रिक्त पृष्ठों को तिरछी लाईन से काटें।
4. निम्न बातों का विशेष ध्यान रखें अन्यथा अनुचित साधनों की रोकथाम अधिनियम के तहत कार्यवाही की जा सकेगी।
   (i) उत्तर पुस्तिका के ऊपर/अन्दर तथा प्रश्नोत्तर के किसी भी भाग में चाही गई सूचना के अलावा अपना नामांक, नाम, पता, फोन नम्बर अथवा पहचान की कोई अन्य प्रकार की सूचना आदि अंकित नहीं करें अन्यथा "अनुचित साधनों के प्रयोग" के अन्तर्गत कार्यवाही की जावेगी।
   (ii) उत्तर पुस्तिका के पृष्ठों को फाड़ें नहीं। उत्तर–पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर अंकित संख्या के अनुसार पृष्ठ पूरे होने चाहिये। परीक्षार्थी उत्तरपुस्तिका प्राप्त करते ही पृष्ठ संख्या की जांच कर लें यदि पृष्ठ कम/अधिक या क्रम में नहीं हैं तो वीक्षक से तुरन्त बदलवा लें।
   (iii) परीक्षा केन्द्रों पर पुस्तक, लेख, कागज, केलक्यूलेटर, मोबाईल, पेजर आदि किसी भी प्रकार का इलेक्ट्रोनिक उपकरण तथा किसी भी प्रकार का हथियार आदि ले जाना निषेध हैं।
   (iv) वस्त्र, स्केल, ज्योमेट्री बॉक्स पर कुछ न लिखकर लावें। टेबुल के आस–पास कोई अवैध सामग्री नहीं होनी चाहिये, इसकी जांच कर लें।
   (v) अपनी उत्तर पुस्तिका/ग्राफ/मानचित्र आदि परीक्षा भवन से बाहर ले जाना दण्डनीय अपराध है, अतः परीक्षा समाप्ति पर उत्तर पुस्तिका वीक्षक को बिना सौंपे परीक्षा कक्ष नहीं छोड़ें।
5. उत्तरों को क्रमानुसार एक ही स्थान पर लिखें। प्रश्न क्रमांक भी सही अंकित करें, अन्यथा दण्ड स्वरूप परीक्षक को 1 अंक कम करने का अधिकार है। बीच में उत्तर पुस्तिका के पृष्ठ रिक्त न छोड़ें। गणित विषय के लिए रफ कार्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें तथा तिरछी रेखा से काटें।
6. जहाँ तक हो सके प्रश्न के सभी भाग के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में एक ही स्थान पर अंकित करें।
7. भाषा विषयों को छोड़कर शेष सभी विषयों के प्रश्न–पत्र हिन्दी–अंग्रेजी दोनों भाषा में मुद्रित है। किसी भी प्रकार की त्रुटि/अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही माना जाये।

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

1. $f: R \to R \quad f(x) = \sin x$

$g: R \to R \quad g(x) = x^2$

$gof(x) = ?$

$gof(x) = g[f(x)] = g[\sin x]$

$= (\sin x)^2 = \sin^2 x$

2. $= \sin\left[\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]$

$= \sin\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right] = \sin\left[\frac{2\pi}{4}\right] = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$= 1$

3. $\begin{bmatrix} a+b & 4 \\ -3 & ab \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

तब

$a+b = 6 \quad \text{—} (1)$

$ab = 8 \quad \text{—} (2)$

$a = \frac{8}{b} \quad \text{—} (3)$

समी. (1) में रखने पर

$\frac{8}{b} + b = 6$

$8 + b^2 = 6b$

$b^2 - 6b + 8 = 0$

$b^2 - 4b - 2b + 8 = 0$

$b(b-4) - 2(b-4) = 0$

$(b-2)(b-4) = 0$

$b = 2, 4$

BSER-165/2011

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$b=2 \quad a=4 \quad$ [by eq^n(2)]

$b=4 \quad a=2$

4.

$$A=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix} \qquad A^{-1}=?$$

$$\text{adj } A=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

$$|A| = \cos^2\theta+\sin^2\theta = 1$$

$$A^{-1}=\frac{\text{adj } A}{|A|}=\frac{1}{1}\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

5.

$$I=\int\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}\,dx$$

$$=\int\frac{2\sin^2 x}{2\cos^2 x}\,dx=\int\tan^2 x\,dx$$

$\because \tan^2 x=\sec^2 x-1$

$$I=\int(\sec^2 x-1)\,dx \Rightarrow \int\sec^2 x\,dx-\int dx$$

$$I=\tan x-x+c$$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

6. $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j}$

$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j}$

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{(2\hat{i}-\hat{j})\cdot(\hat{i}+2\hat{j})}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2}\sqrt{(1)^2+(2)^2}}$$

$$= \frac{2-2}{\sqrt{4+1}\sqrt{1+4}} = \frac{0}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = 0$$

$\cos\theta = 0$

$\theta = \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{2}$.

7. $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a}\cdot\vec{b} = 12$

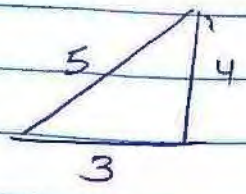
$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{12^{6}\ 3}{10_{5}\times 2}$$

$\cos\theta = \frac{3}{5}$

माना $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

$\cos\theta = \frac{3}{5}$

$\sin\theta = \frac{4}{5}$



$\theta = \sin^{-1}\frac{4}{5}$

$\boxed{\sin\theta = \frac{4}{5}}$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

8. $P(1,0,0)$, $Q(0,1,1)$

दिक् अनुपात $= a = x_2 - x \Rightarrow 0-1 = -1$

$b = y_2 - y_1 \Rightarrow 1-0 = 1$

$c = z_2 - z_1 = 1-0 = 1$

$a = -1,\ b = 1,\ c = 1$, $\sqrt{a^2+b^2+c^2} = \sqrt{(-1)^2+(1)^2+(1)^2}$

$= \sqrt{1+1+1}$

$= \pm\sqrt{3}$

$l = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{-1}{\pm\sqrt{3}}$

$m = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{1}{\pm\sqrt{3}}$

$n = \dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{\pm 1}{\sqrt{3}}$

दिक् कोज्याएँ $= \dfrac{\mp 1}{\sqrt{3}}, \dfrac{\pm 1}{\sqrt{3}}, \dfrac{\pm 1}{\sqrt{3}}$

9. रेखाएँ

$2x+3y \leq 6$ ——— (1)

$x, y \geq 0$

समीकरण में बदलने पर

$2x+3y = 6$

$\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 1$

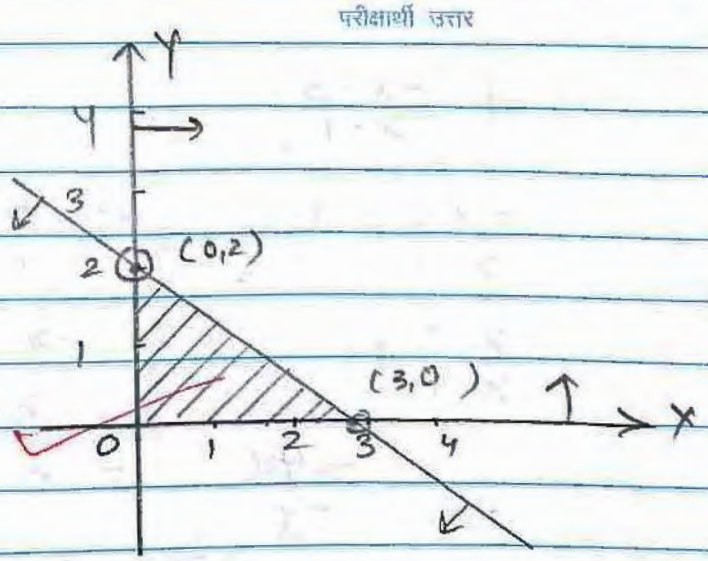
समी (1) को मूल बिंदु पे प्रतिस्थापित करने पर

$0 \leq 6$ (सत्य)

हल रेखा मूल बिंदु की ओर होगा

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर



10. $P(A) = 0.6$ $\quad P(A/B) = ?$

$P(B) = 0.3$

$P(A \cap B) = 0.2$

$\therefore P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.3} = \frac{2}{3}$

$= 0.66$

Section B

11. $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ तब $f[f\{f(x)\}] = ?$

$f[f\{f(x)\}] = f\left[f\left\{\frac{x-3}{x+1}\right\}\right]$

$= f\left[\frac{\frac{x-3}{x+1} - 3}{\frac{x-3}{x+1} + 1}\right]$

$= f\left[\frac{x-3-3x-3}{x-3+x+1}\right] = f\left[\frac{-2x-6}{2x-2}\right]$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$= f\left[\frac{-x-3}{x-1}\right]$$

$$= \frac{\frac{-x-3}{x-1} - 3}{\frac{-x-3}{x-1} + 1} = \frac{\frac{-x-3-3x+3}{x-1}}{\frac{-x-3+x-1}{x-1}}$$

$$= \frac{-4x}{-4} = x \quad \text{Ans.}$$

$$f[f[f(x)]] = x \quad \text{Ans.}$$

12.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Prof $(AB)^T = B^T A^T$

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+6 & -2+15 \\ -1+8 & 1+20 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ 7 & 21 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 13 & 21 \end{bmatrix}$$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$B^T \cdot A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+6 & -1+8 \\ -2+15 & 1+20 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 13 & 21 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^T = B^T \cdot A^T \qquad \text{H.P.}$$

13. $$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + \cos x & x \neq 0 \\ K & x = 0 \end{cases}$$

फलन $x = 0$ पर सतत है तब

$$f(0) = LHL = RHL$$

$$f(0) = K$$

$$f(0) = RHL.$$

$$K = \lim_{x \to 0} f(x)$$

$x = 0 + h$, $h \to 0$

$$K = \lim_{h \to 0} f(0+h)$$

$$= \lim_{h \to 0} \left[\frac{\sin(0+h)}{(0+h)} + \cos(0+h) \right]$$

$$= \lim_{h \to 0} \left(\frac{\sin h}{h} \right) + \lim_{h \to 0} \cos h$$

$$K = 1 + \cos(0) \Rightarrow 1+1 = 2, \quad K = 2$$

PTO

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

अत k का मान 2 प्राप्त होता है।

$$\boxed{k = 2}$$

14. $$I = \int \frac{1}{\cos^2(3x+2)}\, dx$$

$$= \int \sec^2(3x+2)\, dx$$

$$= \frac{\tan(3x+2)}{3} + c$$

$$I = \frac{\tan(3x+2)}{3} + c$$ Ans

15. $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}|$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(2+4) - \hat{j}(1-6) + \hat{k}(-2-6)$

$= 6\hat{i} + 5\hat{j} - 8\hat{k}$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{(6)^2 + (5)^2 + (-8)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 25 + 64} = \sqrt{125}$$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

~~area $\Delta = \frac{1}{2}(\sqrt{\quad})$~~ वर्ग इकाई

area $\Delta = \frac{1}{2}\sqrt{125}$

$= \frac{5}{2}\sqrt{5}$ वर्ग इकाई

Section C

16. $\tan^{-1}3x + \tan^{-1}2x = \frac{\pi}{4}$ हल करना है।

$\because \tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$

$\tan^{-1}\left[\frac{3x+2x}{1-(3x)(2x)}\right] = \frac{\pi}{4}$

$\frac{3x+2x}{1-6x^2} = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $\because \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

$\frac{3x+2x}{1-6x^2} = 1$

$3x+2x = 1-6x^2$

$5x+6x^2-1=0$

$6x^2+5x-1=0$

~~$6x^2+3x+2x-1=0$~~

~~$3x(2x$~~

$6x^2+6x-x-1=0$

$6x(x+1)-1(x+1)=0$

$(6x-1)(x+1)=0$

$\boxed{x=-1}, \boxed{x=1/6}$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

17. Proof

$$\begin{vmatrix} 1+a & b & c \\ a & 1+b & c \\ a & b & 1+c \end{vmatrix} = (1+a+b+c)$$

LHS.

$$= \begin{vmatrix} 1+a & b & c \\ a & 1+b & c \\ a & b & 1+c \end{vmatrix}$$

$C_1 \to C_1+C_2+C_3$ संक्रिया लगाने पर

$$= \begin{vmatrix} 1+a+b+c & b & c \\ 1+a+b+c & 1+b & c \\ 1+a+b+c & b & 1+c \end{vmatrix}$$

C_1 में से $1+a+b+c$ उभयनिष्ठ लेने पर

$$= (1+a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & 1+b & c \\ 1 & b & 1+c \end{vmatrix}$$

$R_1 \to R_1-R$, $R_2 \to R_2-R_3$ संक्रिया लगाने पर

$$= (1+a+b+c) \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & b & 1+c \end{vmatrix}$$

प्रथम स्तम्भ के सापेक्ष प्रसार करने पर

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$= (1+a+b+c)\{[0-0+1\begin{vmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{vmatrix}]\}$$

$$= (1+a+b+c)\,[0-0+1\,(1-0)]$$

$$= (a+b+c+1)\,(1)$$

$$= (1+a+b+c) = RHS$$

A.P.

---

18. $x+y+2z=0$
$x+2y-z=9$
$x-3y+3z=-14$

आव्यूह सिद्धान्त

$$\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & -1\\ 1 & -3 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ 9\\ -14\end{bmatrix}$$

$$AX = B$$

$$X = A^{-1}B \quad ---- (1)$$

$$A = \begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & -1\\ 1 & -3 & 3\end{bmatrix}$$

$$|A| = 1(6-3) - 1(3+6) + 1(-1-4)$$
$$= 3-9-5 = -11 \neq 0$$

Previous Pathshala

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

A^{-1} सम्भव है।

सहखण्ड ज्ञात करने पर

$a_{11} = +(6-3) = +3$

$a_{12} = -(3+1) = -4$

$a_{13} = +(-3-2) = -5$

$a_{21} = -(3+6) = -9$

$a_{22} = +(3-2) = 1$

$a_{23} = -(-3-1) = 4$

$a_{31} = +(-1-4) = -5$

$a_{32} = -(-1-2) = 3$

$a_{33} = +(2-1) = 1$

$$\text{adj } A = \begin{bmatrix} 3 & -4 & -5 \\ -9 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$\text{adj } A = \begin{bmatrix} 3 & -9 & -5 \\ -4 & 1 & 3 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj } A}{|A|} = \frac{-1}{11} \begin{bmatrix} 3 & -9 & -5 \\ -4 & 1 & 3 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

A^{-1} का मान समी (1) में रखने पर

$$x = \frac{-1}{11}\begin{bmatrix} 3 & -9 & -5 \\ -4 & 1 & 3 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ -14 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{-1}{11}\begin{bmatrix} 0-81+70 \\ 0+9-42 \\ 0+36-14 \end{bmatrix} = \frac{-1}{11}\begin{bmatrix} -11 \\ -33 \\ 22 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$x=1, y=3, z=-2$ Ans

19. वक्र $y = x^2 - 2x + 3$ ——— (1)

रेखा $2x - y + 1 = 0$ ——— (2)

समी (1) का अवकलन करने पर

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(x,y)} = 2x - 2$$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

समी (2) की प्रवणता (अवकलन करने पर)

$$2 - \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 2.$$

∵ समी (1) व (2) एक दूसरे के समान्तर है। तब दोनो की प्रवणता बराबर होगी

$$2x_1 - 2 = 2$$

$$x_1 - 1 = 1$$

$$x_1 = 2.$$

x का मान समी (1) में रखने पर

$$y = (2)^2 - 2(2) + 3$$

$$= 4 - 4 + 3$$

$$y_1 = 3$$

(2, 3) स्पर्श रेखा का समी.

$$y_2 - y_1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(2,3)} (x - x_1)$$

$$y - 3 = [2(2) - 2](x - 2)$$

$$y - 3 = 2(x - 2)$$

$$y - 3 = 2x - 4$$

$$2x - y - 1 = 0$$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$y-3 = 2(x-2)$

$y-3 = 2x-4$

$2x-y-1 = 0$

20. गोले की त्रिज्या $r = 7\,cm$

$\Delta r = 0.01\,cm$.

गोले का आयतन

$V = \frac{1}{3}\pi r^3$

$\frac{dV}{dr} = \pi r^2$

$\Delta V = \frac{dV}{dr}\Delta r$

$= \pi r^2 \cdot 0.01$

$= \pi(7\times7)\times0.01$

$\Delta V = \frac{49\pi}{100}$

$\Delta V = 0.49\pi$

$V = \frac{1}{3}\pi(7)^3 =$

$= \frac{343}{3}\pi$

$V = 114.33\pi$

आयतन में संभावित त्रुटि

$V = 114.3\pi$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$V + \Delta V = 114.33\nearrow + 0.49\nearrow$

$= 1148.82\nearrow$

आयतन में सन्निकट त्रुटि

114.3↗ से 114.82↗ हुई।

---

21. $I = \int_{\text{ILA}} \underset{\text{II}}{x} \underset{\text{I}}{\tan^{-1}x}\, dx$

खण्डशः समाकलन करने पर

$I = \tan^{-1}x \int x\,dx - \int \frac{d}{dx}(\tan^{-1}x) \int x\,dx \cdot dx$

$= \tan^{-1}x \left(\frac{x^2}{2}\right) - \int \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{x^2}{2} dx$

$= \frac{x^2}{2}\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$

$= \frac{x^2}{2}\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\int \left(\frac{x^2+1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2}\right) dx$

$= \frac{1}{2}x^2\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\int dx + \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+x^2} dx$

$= \frac{1}{2}x^2\tan^{-1}x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\tan^{-1}x + c$

$I = \frac{1}{2}\left[x^2\tan^{-1}x + \tan^{-1}x - x + c\right]$

A

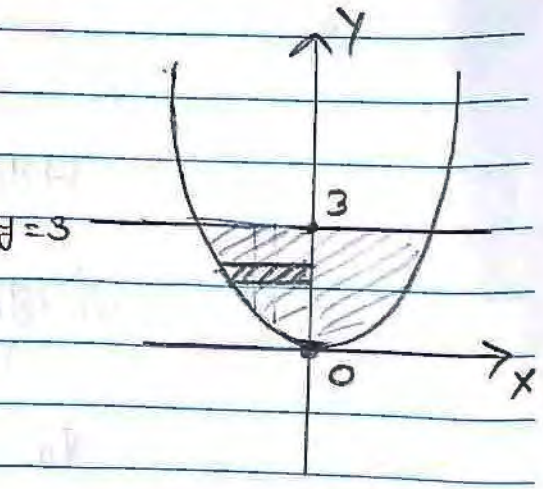
Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

22.

परवलय $x^2 = 4y$ — (1)

$y = 3$ — (2)



∴ परवलय तथा रेखा से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल

$$= 2\int_0^3 x\,dy$$

समी (1) से $x = 2\sqrt{y}$

$$= 2\int_0^3 2\sqrt{y}\,dy = 4\int_0^3 (y)^{1/2}\,dy$$

$$= 4\left[\frac{y^{3/2}}{3/2}\right]_0^3$$

$$= 4 \times \frac{2}{3}\left[y^{3/2}\right]_0^3$$

$$= \frac{8}{3}\left[(3)^{3/2} - (0)^{3/2}\right]$$

$$= \frac{8}{3} 3\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$ वर्ग इकाई

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

23. $\left\{(x,y) \mid \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4} \geq 1 \text{ तथा } x^2+y^2 \leq 9\right\}$

समी० में बदलने पर

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ — (1)

वृत्त $x^2+y^2=9$ — (2)

समी (2) से $y^2=9-x^2$ — (3) समी (1) में रखने पर

$$\frac{x^2}{9}+\frac{9-x^2}{4}=1$$

$$4x^2+81-9x^2=36$$

$$-5x^2+81=36$$

$$-5x^2=36-81$$

$$-5x^2=-45$$

$$x^2=\frac{45}{5}$$

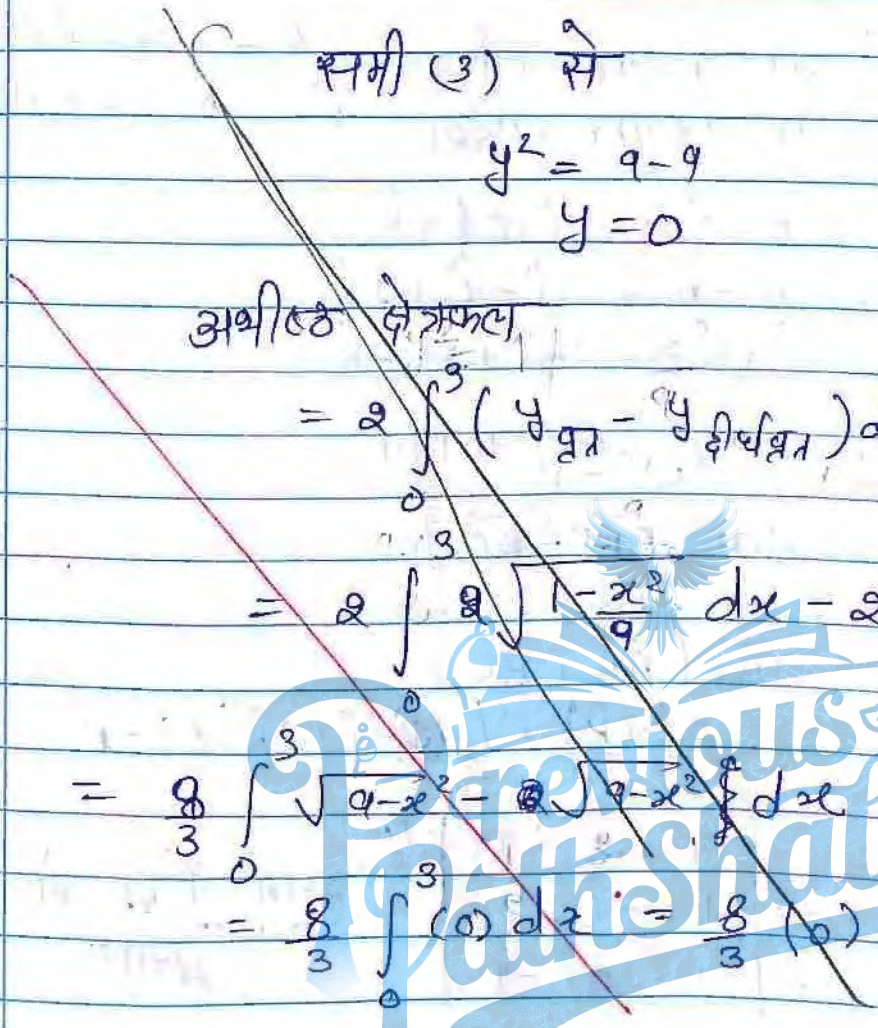
$$x^2=9$$

$$x=\pm 3$$

Previous Pathshala

शिक्षक द्वारा दत्त अंक	प्रश्न संख्या

परीक्षार्थी उत्तर



सभी (3) से

$y^2 = 9 - 9$

$y = 0$

अभीष्ट क्षेत्रफल

$= 2\int_0^3 (y_{वृत्त} - y_{दीर्घवृत्त})\,dx$

$= 2\int_0^3 3\sqrt{1-\frac{x^2}{9}}\,dx - 2\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$

$= \frac{8}{3}\int_0^3 \sqrt{9-x^2} - 2\sqrt{9-x^2}\,dx$

$= \frac{8}{3}\int_0^3 (0)\,dx = \frac{8}{3}(0) = 0$

वर्ग इकाई

Previous Pathshala

23. $\vec{a}\times\vec{b} = \vec{c}\times\vec{d}$

$\vec{a}\times\vec{c} = \vec{b}\times\vec{d}$

~~Prof $\vec{a}=\vec{d}$ एवं $\vec{b}=\vec{c}$~~

~~सम्बन्ध~~

24. दिये $O(0,0,0)$, $A(1,2,1)$, $B(2,1,3)$, $C(1,1,2)$

O ~~का स्थिति सदिश~~

~~OA = वे सदिश A~~

O का स्थिति सदिश $\vec{O} = 0$

A का स्थिति सदिश $\vec{A} = \hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

B का स्थिति सदिश $= \vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$

C का स्थिति सदिश $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{OA} = \vec{A} - \vec{O} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{BC} = \vec{C} - \vec{B} = -\hat{i} + 0\hat{j} - \hat{k}$

चतुष्फलक का आयतन

$= [\vec{OA}\ \vec{AB}\ \vec{BC}]$

$= \vec{OA} \cdot (\vec{AB} \times \vec{BC})$

$= (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) \cdot [(\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) \times (-\hat{i} - \hat{k})]$

$= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ तृतीय पंक्ति से प्रसार

$= \frac{1}{6}[1(1-0) - 2(-1+2) + 1(0-1)]$

$= \frac{1}{6}[1 - 2 - 1]$

$= \frac{1}{6}[1-3] = \frac{-2}{6}$

$= \frac{2}{6}$ आयतन इकाई

$= \frac{1}{3}$

Previous Pathshala

क्रमांक द्वारा दत्त अंक	प्रश्न संख्या

परीक्षार्थी उत्तर

25. $Z_{max} = 20x + 30y$

व्यवरोध

$x + 2y \leq 20$ —— (1)

$3x + 2y \leq 30$ —— (2)

$x \geq 0, y \geq 0$

असमिकाओं को समी० में बदलने पर

$x + 2y = 20$ —— (4)

$\frac{x}{20} + \frac{y}{10} = 1$

$3x + 2y = 30$ —— (5)

$\frac{x}{10} + \frac{y}{15} = 1$

समी० (1) व (2) को मूल बिंदु (0,0) से प्रतिस्थापित करने पर

$(0) + 2(0) \leq 20$

$0 \leq 20$

(सत्य) हल क्षेत्र मूल बिंदु की ओर होगा।

$3(0) + 2(0) \leq 30$

$0 \leq 30$

सत्य हल क्षेत्र मूल बिंदु की ओर

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

होगा।

बिंदु	$Z_{max} = 20x + 30y$
A (10, 0)	$Z = 200$
B (5, 7·5)	$Z = 20(5) + 30(\frac{15}{2})$ $= 100 + 225$ $= 325$
C (0, 10)	$Z = 300$

समस्या का अधिकतम मान बिंदु B (5, 7·5) पर $Z = 325$ प्राप्त हुआ

अतः $x = 5$

$y = 7·5$

Section D

26 $x^2 + y^2 = t - \frac{1}{t}$ ——— (i)

$x^4 + y^4 = t^2 + \frac{1}{t^2}$ ——— (ii)

सभी (i) का वर्ग करने पर

Previous Pathshala

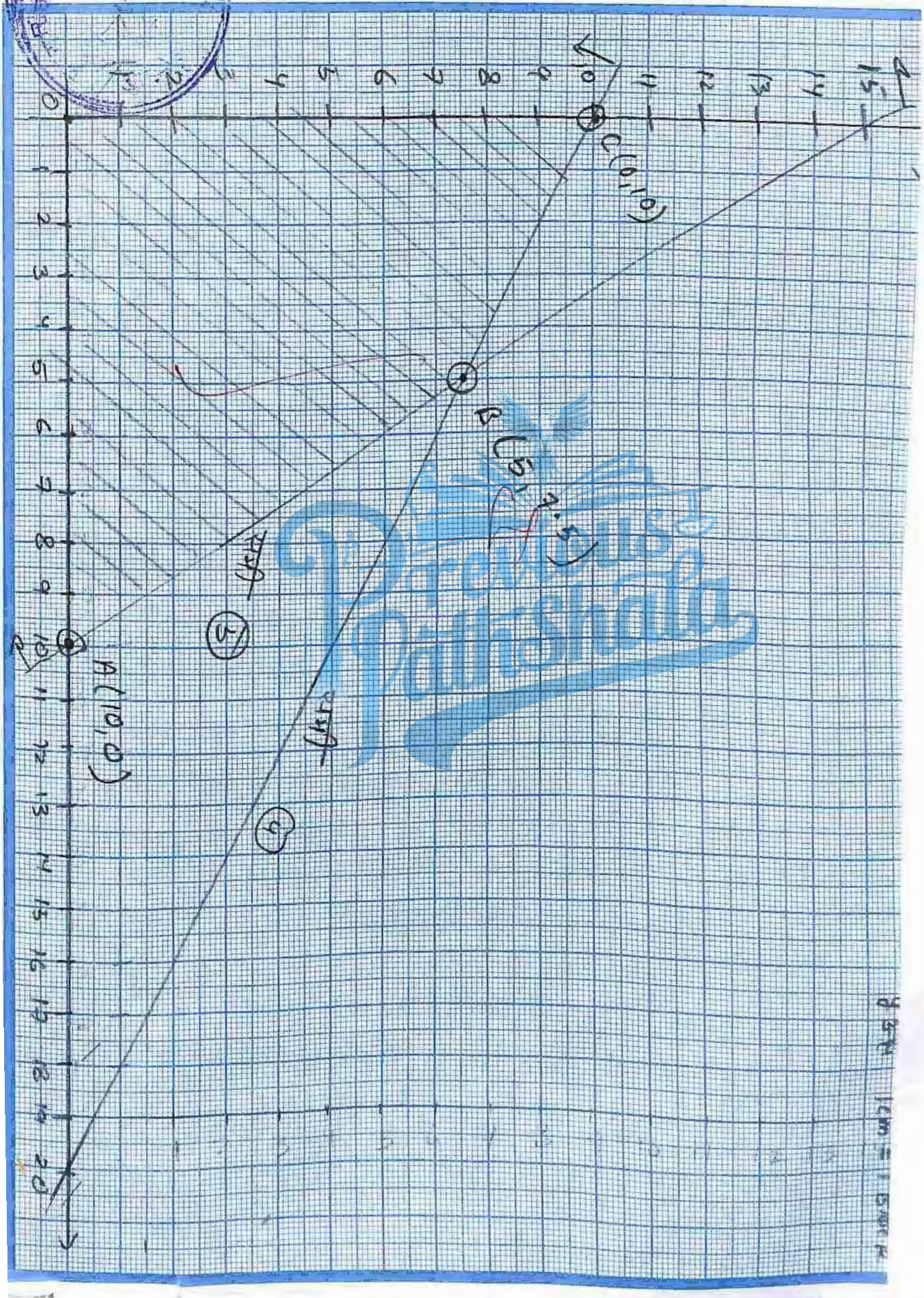
माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान

परीक्षा उच्च

नामांक (अंकों में) : (शब्दों में) :

विषय : गणित प्रश्न संख्या .....

नोट: परीक्षार्थी अनिवार्य रूप से इस ग्राफ कागज को अपनी उत्तर पुस्तिका में धागे द्वारा संलग्न करें तथा साथ व
ग्राफ कागज उत्तर पुस्तिका के साथ न मिलने पर परीक्षार्थी दण्ड का भागी होगा।



Previous Pathshala

Previous Pathshala

क द्वारा ल अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$(x^2+y^2)^2 = \left(t-\frac{1}{t}\right)^2$$

$$x^4+y^4+2x^2y^2 = t^2+\frac{1}{t^2}-2$$

समी (2) से

$$x^4+y^4+2x^2y^2 = x^4+y^4-2$$

$$2x^2y^2 = -2 \quad \text{---(3)}$$

$$x^2y^2 = -1 \quad \text{---(3)}$$

समी (3) का x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$2xy^2+2yx^2\frac{dy}{dx}=0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2xy^2}{2yx^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$$

$$x\frac{dy}{dx} = -y$$

पुनः अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx}+x\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{dy}{dx}$$

PTO

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$x\frac{d^2y}{dx^2} = -2\frac{dy}{dx}$$

$$x\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = 0$$ H.P.

प्र. $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$ ——— (i)

गुणधर्म IV से

$$I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin(\pi - x)}{1+\cos^2(\pi - x)}\, dx$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin x}{1+\cos^2 x}\, dx = \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x - x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$$ ——— (ii)

सभी (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx + \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x - x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{x \sin x + \pi \sin x - x \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$$

$\cos x = t$

$-\sin x\, dx = dt$

$x = 0 \quad t = \cos(0) = 1$

$x = \pi \quad t = \cos(\pi) = -1$

$$2I = -\pi \int_1^{-1} \frac{1}{1+t^2}\, dt$$

$$= \pi \int_{-1}^{1} \frac{1}{1+t^2}\, dt$$

$$2I = \pi \left[\tan^{-1}(t)\right]_{-1}^{1}$$

$$= \pi \left[\tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(-1)\right]$$

$$= \frac{\pi}{4} - \left(\frac{-\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$$

$$2I = \frac{2\pi}{4} \times \pi$$

$$I = \frac{\pi^2}{4} \quad \text{Ans.}$$

BSER-169/2019

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

22.

अवकल समीकरण

$$x(x-y)dy = y(x+y)dx$$

~~x से भाग देने पर~~

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x+y)}{x(x-y)}$$

$$= \frac{yx\left(1+\frac{y}{x}\right)}{x^2\left(1-\frac{y}{x}\right)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{y}{x}\left(1+\frac{y}{x}\right)}{\left(1-\frac{y}{x}\right)} \quad \text{---- (i)}$$

माना $\frac{y}{x} = v$

$y = vx$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$$

सभी (i) में सभी मान रखने पर

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$v + x\frac{dv}{dx} = v\left(\frac{1+v}{1-v}\right)$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v(1+v)}{1-v} - v$$

$$= \frac{v + v^2 - v + v^2}{1-v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{2v^2}{1-v}$$

$$\frac{1-v}{2v^2}dv = \frac{1}{x}dx$$

समाकलन करने पर

$$\int \frac{1-v}{2v^2}dv = \int \frac{1}{x}dx$$

$$-\frac{1}{4}\int \frac{4v-4}{2v^2}dv = \int \frac{1}{x}dx$$

$$-\frac{1}{4}\log$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\int \frac{1}{v^2}dv - \int \frac{v}{2v^2}dv = \int \frac{1}{x}dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\int \frac{1}{v^2}dv - \frac{1}{2}\int \frac{1}{v}dv = \int \frac{1}{x}dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{v}\right) - \frac{1}{2}\log v = \log x + C$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{v} + \log v\right) = \log x + C$$

v का मान रखने पर

IISER-165/2019

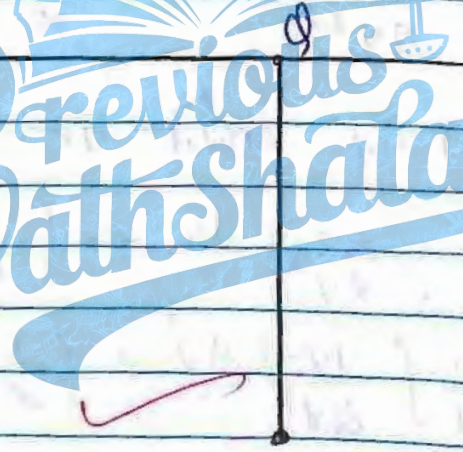
Previous Pathshala

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{\frac{y}{x}}\right)+\log\left(\frac{y}{x}\right)\right]=\log x+c$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\left[\frac{x}{y}+\log\left(\frac{y}{x}\right)\right]=\log x+c$$

27

$$\frac{x-4}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}=k \quad \text{——(1)}$$



Q के निर्देशांक

$Q(2k+4, k, -k+2)$

P व Q के दिक् अनुपात

$= 2k+4-1,\ k-1,\ -k+2-3$

$= 2k+3,\ k-1,\ -k-1$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

समी० (1) के दिक् अनुपात

$= 2, 1, -1$

समी (1) के दिक् अनुपात लम्बवत है PQ के दिक् अनुपात के

तब $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$

$(2k+3)2 + (k-1)1 + (-k-1)-1 = 0$

$4k+6+k-1+k+1 = 0$

$6k+6 = 0$

$k = -1$

तब Q के निर्देशांक

$Q[-2+4, -1, 1+2]$

$Q(2, -1, 3)$ और $P(1, 1, 3)$

रेखा की लम्बवत दूरी

$p = PQ$

$p = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2}$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$p = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-1)^2 + (-3-3)^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + (0)^2}$$

$$= \sqrt{1+4+0} = \sqrt{5}$$

$p = \sqrt{5}$ इकाई

---

30. एक व्यक्ति 3 में से 2 बार सत्य बोलता है। पासे पर आने वाली संख्या का वास्तव में 6 होने की प्रायिकता

माना

$E_1 \longrightarrow$ पासे पर 6 अंक आने की सायिकता

$$P(E_1) = \frac{1}{6}$$

$E_2 \longrightarrow$ पासे पर 6 अंक नहीं आने की सायिकता

$$P(E_2) = 1 - P(E_1)$$

$$= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

PTO

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

माना घटना A ⟶ पासे पर आने वाली संख्या का वास्तव मे 6 होना

तब

$P(A/E_1)$ ⟶ पासे पर वास्तव मे 6 संख्या है। और व्यक्ति के पासे उछालने पर आने वाली संख्या 6 है अर्थात व्यक्ति के सदा सत्य बोलने की प्रायिकता

$$P(A/E_1) = \frac{2}{3}$$

$P(A/E_2)$ ⟶ पासे पर वास्तव मे 6 संख्या है। और व्यक्ति के पासे पर उछालने पर आने वाली संख्या 6 नही है। अर्थात व्यक्ति के असत्य बोलने की प्रायिकता

$$P(A/E_2) = 1 - P(A/E_1)$$

$$= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

इस बात की प्रायिकता कि पासे पर आने वाली संख्या वास्तव मे 6 है तो

$P(E_1/A) = ?$

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | संशोधित उत्तर

बेज प्रमेय से

$$P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{P(E_1)\,P(A/E_1)}{P(E_1)\,P(A/E_1) + P(E_2)\,P(A/E_2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{6} \times \frac{2}{3}}{\frac{1}{6} \times \frac{2}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{2}{18}}{\frac{2}{18} + \frac{5}{18}} = \frac{2/18}{\frac{2+5}{18}}$$

$$= \frac{2/18}{7/18} = \frac{2}{7}$$

पासे पर वास्तव में 6 संख्या आने की प्रायिकता = 2/7 है।

Section C

Previous Pathshala

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या

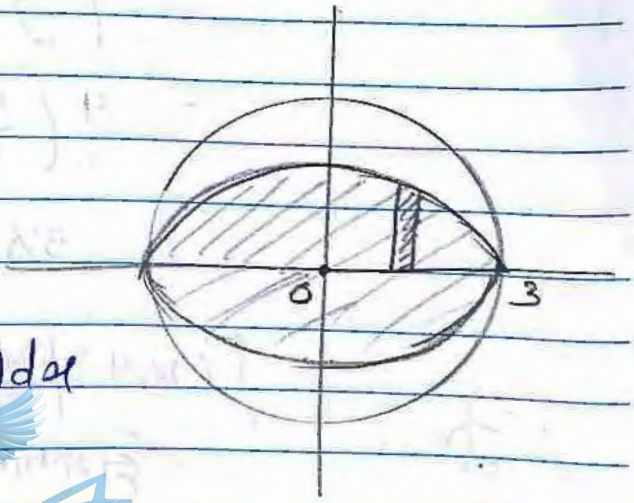
परीक्षार्थी उत्तर

23

असमिकाओ को समी मे बदलने पर

$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1 \quad \text{—①}$$

$$x^2+y^2=9 \quad \text{—②}$$



अभीष्ठ क्षेत्रफल

$$= 4\int_0^3 (y_{\text{वृत}} - y_{\text{दीर्घवृत}})\,dx$$

$$= 4\int_0^3 \left(\sqrt{9-x^2} - \sqrt{4\left(1-\frac{x^2}{9}\right)}\right)dx$$

$$= 4\int_0^3 \left(\sqrt{9-x^2} - \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}\right)dx$$

$$= 4\int_0^3 \left(\frac{3\sqrt{9-x^2}-2\sqrt{9-x^2}}{3}\right)dx$$

$$= \frac{4}{3}\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$$

$$\frac{4}{3}\left[\frac{x\sqrt{9-x^2}}{2} + \frac{9}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right)\right]_0^3$$

$$= \frac{4}{3}\left[0 + \frac{9}{2}\sin^{-1}(1) - 0 - 0\right]$$

Previous Pathshala

P.T.O.

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$= \frac{4}{3}\left[\frac{9}{2}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$

$= \frac{4}{3}\left(\frac{9\pi}{4}\right)$

$= 3\pi$ वर्ग इकाई

$\{(x,y) \mid \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \geq 1, \text{ व } x^2+y^2 \leq 9\}$ का क्षेत्रफल $= 3\pi$ वर्ग इकाई

Previous Pathshala