नामांक Roll No.

No. of Questions – 28

No. of Printed Pages – 16

SS-15-Mathematics

गणित (MATHEMATICS)

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2021

समय : 3¼ घण्टे

पूर्णांक : 80

Previous Pathshala
OFFICE COPY
CONFIDENTIAL
CONFIDENTIAL

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

(1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न–पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

(2) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।

All the questions are compulsory.

(3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर–पुस्तिका में ही लिखें ।

Write the answer to each question in the given answer-book only.

Previous Pathshala

(4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें ।

For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

(5) प्रश्न-पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपांतरण में किसी प्रकार की त्रुटि/अंतर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें ।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English version of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

(6) प्रश्न का उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।

Write down the serial number of the question before attempting it.

(7) प्रश्नों का अंक भार निम्नानुसार है :

Weightage of marks for the question is as follows :

खण्ड	प्रश्नों की संख्या	कुल अंक भार	अंक प्रत्येक प्रश्न
खण्ड-अ (A)	1 (i to x), 2 to 11 = 20	20	1
खण्ड-ब (B)	12 to 19 = 8	16	2
खण्ड-स (C)	20 to 23 = 4	16	4
खण्ड-द (D)	24 to 25 = 2	10	5
खण्ड-य (E)	26 to 28 = 3	18	6

(8) प्रश्न संख्या **20** से **28** में आन्तरिक विकल्प दिये गए हैं ।

Q. Nos. **20** to **28** having internal choices.

Previous Pathshala

खण्ड – अ

SECTION – A

1. (i) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मान है

(अ) $\frac{\pi}{6}$ (ब) $\frac{\pi}{3}$

(स) $\frac{\pi}{4}$ (द) $\frac{\pi}{2}$

The value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ is 1

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

(ii) यदि $\begin{bmatrix} K+4 & -1 \\ 3 & K-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, तो a का मान है

(अ) 3 (ब) 6

(स) 2 (द) 4

If matrix $\begin{bmatrix} K+4 & -1 \\ 3 & K-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, then value of a is 1

(A) 3 (B) 6

(C) 2 (D) 4

Previous Pathshala
OFFICE COPY

(iii) सारणिक $\begin{vmatrix} 3 & -11 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \\ -10 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ का मान है

(अ) 14 (ब) 11

(स) 18 (द) 15

The value of determinant $\begin{vmatrix} 3 & -11 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \\ -10 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ is 1

(A) 14 (B) 11

(C) 18 (D) 15

(iv) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ हो, तो A^{-1} का मान है

(अ) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (ब) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(स) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (द) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, then value of A^{-1} is 1

(A) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

Previous Pathshala

(v) फलन $f(x)=\begin{cases} x\tan^{-1}x & ; x\neq 0 \\ 0 & ; x=0 \end{cases}$ का $x=0$ पर बायाँ अवकलज है

(अ) 0 (ब) ∞

(स) 1 (द) -1

Left hand derivative of the function $f(x)=\begin{cases} x\tan^{-1}x & ; x\neq 0 \\ 0 & ; x=0 \end{cases}$ at $x=0$, is 1

(A) 0 (B) ∞

(C) 1 (D) -1

(vi) फलन $3y = \sin x - 2x$ का x के सापेक्ष अवकलन है

(अ) $\frac{\cos x + 2}{3}$ (ब) $\frac{2 - \cos x}{3}$

(स) $\frac{\cos x - 2}{3}$ (द) $\frac{\cos x - 2}{-3}$

The differentiation of function $3y = \sin x - 2x$ w.r. to x is 1

(A) $\frac{\cos x + 2}{3}$ (B) $\frac{2 - \cos x}{3}$

(C) $\frac{\cos x - 2}{3}$ (D) $\frac{\cos x - 2}{-3}$

Previous Pathshala
OFFICE COPY

(vii) वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ के बिन्दु (1, 1) पर स्पर्श-रेखा की प्रवणता है

(अ) +1 (ब) -1

(स) $\frac{1}{2}$ (द) $-\frac{1}{2}$

The slope of the tangent to the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ at the point (1, 1) is 1

(A) +1 (B) -1

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

Previous Pathshala

(viii) $\int e^{2\log x}\, dx$ का मान है

(अ) $\frac{1}{3}x^{-3} + c$ (ब) $-\frac{1}{3}x^3 + c$

(स) $\frac{1}{3}x^2 + c$ (द) $\frac{1}{3}x^3 + c$

The value of $\int e^{2\log x}\, dx$ is 1

(A) $\frac{1}{3}x^{-3} + c$ (B) $-\frac{1}{3}x^3 + c$

(C) $\frac{1}{3}x^2 + c$ (D) $\frac{1}{3}x^3 + c$

(ix) दो सदिशों के परिमाण 4 और 5 इकाई है । यदि उनके मध्य कोण 60° है, तो उनका अदिश गुणनफल होगा

(अ) 0 (ब) 10

(स) 20 (द) 15

The magnitude of two vectors are 4 and 5. If the angle between the two vectors is 60°, then their scalar product will be 1

(A) 0 (B) 10

(C) 20 (D) 15

(x) A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, यदि $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{5}{13}$ और $P(A \cap B) = \frac{3}{13}$, तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ का मान होगा

(अ) $\frac{4}{9}$ (ब) $\frac{2}{5}$

(स) $\frac{3}{5}$ (द) $\frac{4}{5}$

A and B are independent events, if $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{3}{13}$, then the value of $P\left(\frac{A}{B}\right)$ will be 1

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

Previous Pathshala

2. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, तो A^2 का मान ज्ञात कीजिए ।

If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, then find the value of A^2. 1

3. यदि सारणिक $\begin{vmatrix} K & 5 \\ -1 & K \end{vmatrix} = 30$, तो K का मान ज्ञात कीजिए ।

If determinant $\begin{vmatrix} K & 5 \\ -1 & K \end{vmatrix} = 30$, then find the value of K. 1

4. यदि बिन्दु (3, –2), (5, 2) तथा (8, x) संरेख हैं, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

If the points (3, –2), (5, 2) and (8, x) are collinear, then find the value of x. 1

5. यदि $y = x^3 + \tan x$, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If $y = x^3 + \tan x$, then find the value of $\frac{d^2y}{dx^2}$. 1

6. $\int \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\int \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} dx$. 1

Previous Pathshala

7. $\int_{0}^{\pi/2} \cos x \, dx$ को ज्ञात कीजिए ।

Evaluate $\int_{0}^{\pi/2} \cos x \, dx$. 1

8. सिद्ध कीजिए कि सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ परस्पर लम्बवत हैं ।

Prove that the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ are perpendicular to each other. 1

9. एक रेखा के दिक्-कोसाईन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ समान कोण बनाती है ।

Find the direction cosines of a line which makes equal angles with the coordinate axes. 1

10. उन सरल रेखाओं के अवकलन समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से गुजरती हैं ।

Find the differential equation of those straight lines which passes through origin. 1

11. ताश के 52 पत्तों की एक भली-भाँति फेंटी गई गड्डी में से एक पत्ता निकाला गया । इसके इक्का नहीं होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

A card is drawn from a well-shuffled deck of 52 cards. Find the probability that it not be ace. 1

Previous Pathshala

खण्ड – ब

SECTION – B

12. $\cos^{-1} x$ का मुख्यमान तथा प्रान्त को लिखिये ।

Write the principal value and domain of $\cos^{-1} x$. 2

13. यदि $A + B = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ तथा $A - B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, तो आव्यूह A ज्ञात कीजिए ।

If $A + B = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ and $A - B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, then find the matrix A. 2

14. यदि सारणिक $\begin{vmatrix} x-1 & x-2 \\ x & x-3 \end{vmatrix}$ का मान शून्य हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

If value of determinant $\begin{vmatrix} x-1 & x-2 \\ x & x-3 \end{vmatrix}$ is zero, then evaluate x. 2

15. फलन $f(x) = (1 - 2x)$ का $x = 0$ पर सांतत्य परीक्षण कीजिए ।

Examine the continuity of function $f(x) = (1 - 2x)$ at $x = 0$. 2

16. $\int \frac{x^2}{x+1} dx$ ज्ञात कीजिए ।

Evaluate $\int \frac{x^2}{x+1} dx$. 2

Previous Pathshala

17. अवकल समीकरण $dy = e^{x+y}\,dx$ को हल कीजिए ।

Solve the differential equation $dy = e^{x+y}\,dx$. 2

18. बिन्दु (2, –1, 1) से गुजरने वाली तथा सदिश $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के समान्तर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find equation of the line passes through the point (2, –1, 1) and parallel to the vector $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. 2

19. यदि $P(A) = 0.4$, $P(B) = q$ तथा $P(A \cup B) = 0.6$, जहाँ A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो q का मान ज्ञात कीजिए ।

If $P(A) = 0.4$, $P(B) = q$ and $P(A \cup B) = 0.6$, where A and B are independent events, then find the value of q. 2

खण्ड – स

SECTION – C

20. सिद्ध कीजिए कि $2\sin^{-1} x = \sin^{-1}\left\{2x\sqrt{1-x^2}\right\}$

Prove that $2\sin^{-1} x = \sin^{-1}\left\{2x\sqrt{1-x^2}\right\}$ 4

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि $3\tan^{-1} x = \tan^{-1}\left(\dfrac{3x - x^3}{1-3x^2}\right)$

Prove that $3\tan^{-1} x = \tan^{-1}\left(\dfrac{3x - x^3}{1-3x^2}\right)$

Previous Pathshala

21. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन $x^2 + 2x + 5$ वर्धमान तथा ह्रासमान है ।

Find the intervals in which the function $x^2 + 2x + 5$ is increasing and decreasing. 4

अथवा/OR

वक्र $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श-रेखा x-अक्ष के समान्तर हो ।

Find points on the curve $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ at which the tangents are parallel to x-axis.

22. यदि $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ तो $\vec{a}$ एवं $\vec{b}$ दोनों के लम्बवत इकाई सदिश $\hat{n}$ ज्ञात कीजिए ।

If $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ then find the unit vector $\hat{n}$ perpendicular to vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$. 4

अथवा/OR

दिखाइए कि रेखाएँ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ और $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ परस्पर प्रतिच्छेदी हैं ।

Show that lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ are intersecting to each other.

23. रेखाओं $x + 2y = 8$, $x = 2$, $x = 4$ तथा x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area bounded by lines $x + 2y = 8$, $x = 2$, $x = 4$ and x-axis. 4

अथवा/OR

$x^a \cdot y^b = (x + y)^{a+b}$ का $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

Find $\frac{dy}{dx}$ of $x^a \cdot y^b = (x + y)^{a+b}$

Previous Pathshala

खण्ड – द

SECTION – D

24. आव्यूह सिद्धान्त का प्रयोग कर निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$5x + 7y + 2 = 0$

$4x + 6y + 3 = 0$

Solve the following system of equations using the matrix method : **5**

$5x + 7y + 2 = 0$

$4x + 6y + 3 = 0$

अथवा/OR

यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$

If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 - 4A - 5I = 0$

25. एक कलश में 4 सफेद और 6 लाल गेंदें हैं। यदि इस कलश में से चार गेंदें यादृच्छया बिना प्रतिस्थापन निकाली जाती हैं तो सफेद गेंदों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

An urn contains 4 white and 6 red balls. If four balls are drawn at random without replacement then find the probability distribution of number of white balls. **5**

अथवा/OR

एक ताश के 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गड्डी में से दो पत्ते उत्तरोत्तर प्रतिस्थापन के साथ निकाले जाते हैं। इक्कों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

Two cards drawn with successively replacement from a well shuffled pack of 52 cards. Find the probability distribution of the number of aces.

Previous Pathshala

खण्ड – य

SECTION – E

26. सिद्ध कीजिए $\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\sin x}\, dx = \pi$

Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x}{1+\sin x}\, dx = \pi$ 6

अथवा/OR

फलन $\frac{1}{x^3 - x^2 - x + 1}$ को x के सापेक्ष समाकलन कीजिए ।

Integrate the function $\frac{1}{x^3 - x^2 - x + 1}$ with respect to x.

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि फलन $\sin^2 x\,(1 + \cos x)$ का मान $\cos x = \frac{1}{3}$ पर उच्चिष्ठ है ।

Prove that function $\sin^2 x\,(1 + \cos x)$ has maximum value at $\cos x = \frac{1}{3}$.

27. अवकल समीकरण $(1 + \cos x)\, dy = (1 - \cos x)\, dx$ को हल कीजिए ।

Solve the differential equation $(1 + \cos x)\, dy = (1 - \cos x)\, dx$. 6

अथवा/OR

Previous Pathshala

$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+y}$ को हल कीजिए ।

Solve, $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+y}$

अथवा/OR

$\frac{dy}{dx} = \frac{(x-y)+3}{2(x-y)+5}$ को हल कीजिए ।

Solve, $\frac{dy}{dx} = \frac{(x-y)+3}{2(x-y)+5}$

28. रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ और $\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$ के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ and $\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$. 6

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (2,3,4) से रेखा $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$ पर डाले गए लम्ब की लम्बाई $\frac{3\sqrt{101}}{7}$ इकाई है ।

Prove that length of perpendicular from the point (2,3,4) to the line $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$ is $\frac{3\sqrt{101}}{7}$ units.

अथवा/OR

Previous Pathshala

बिन्दु (1, 2, –4) से जाने वाली और दोनों रेखाओं $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ और $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$ पर लम्ब रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the vector equation of the line passing through the point (1, 2, –4) and perpendicular to the lines $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ and $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$.

OFFICE COPY

Previous Pathshala

Previous Pathshala