

Sl.No. :

नामांक			Roll No.			

No. of Questions – 30

SS-15-Mathematics (Supp.)

No. of Printed Pages – 11

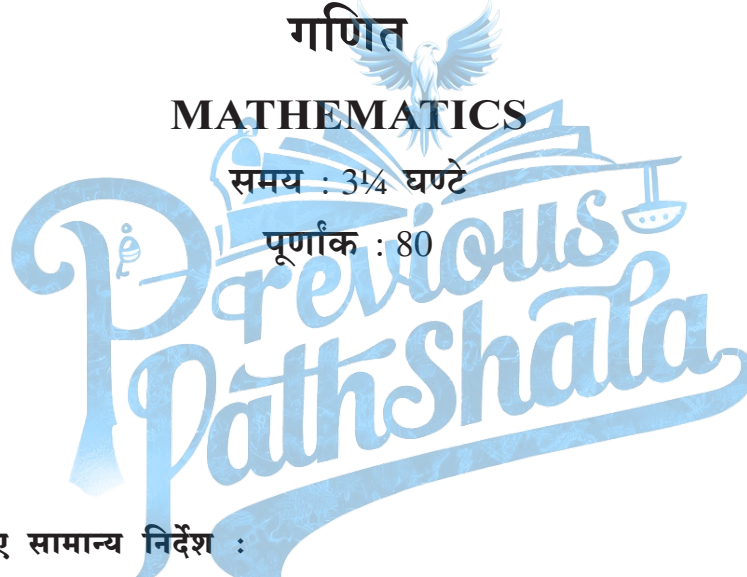
उच्च माध्यमिक पूरक परीक्षा, 2017
SENIOR SECONDARY SUPPLEMENTARY
EXAMINATION, 2017

गणित

MATHEMATICS

समय : 3¼ घण्टे

पूर्णांक : 80



परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

- 1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।
Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.
- 2) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।
All the questions are compulsory.
- 3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें ।
Write the answer to each question in the given answer-book only.
- 4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।
For questions having more than one part the answers to those parts are to be written together in continuity.

- 5) प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

- 6) खण्ड प्रश्न संख्या अंक प्रत्येक प्रश्न

अ 1 - 10 1

ब 11 - 25 3

स 26 - 30 5

Section Q. Nos. Marks per question

A 1 - 10 1

B 11 - 25 3

C 26 - 30 5

- 7) प्रश्न संख्या 11, 12, 15, 17, 29 और 30 में आन्तरिक विकल्प हैं। इन प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

There are internal choices in Q. Nos. 11, 12, 15, 17, 29 and 30. You have to attempt only one of the alternatives in these questions.

- 8) प्रश्न संख्या 23 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाना है।

Draw the graph of Q. No. 23 on the graph paper.

SECTION - A

- 1) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

- 2) यदि $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ हो, तो x तथा y का मान ज्ञात कीजिए।

If $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ then find the value of x and y .

- 3) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ और $C = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो $(AB)C$ ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, then find $(AB)C$.

- 4) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ ज्ञात कीजिए।

Find $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$.

- 5) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}} = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of differential equation $\frac{dy}{dx} - \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}} = 0$.

- 6) सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the vector $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j}$.

- 7) एक रेखा खण्ड के अक्षों पर प्रक्षेप की लम्बाई क्रमशः 3, 4, 12 हैं रेखा की दिक्कोजाएँ ज्ञात कीजिए।

The length of projection of a line segment on the axes are respectively 3, 4, 12. Find the direction-cosines of the line.

- 8) दो समतलों $x + 2y + 3z = 1$ और $2x + 4y + 6z = 6$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the distance between the planes $x + 2y + 3z = 1$ and $2x + 4y + 6z = 6$.

- 9) निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत सुसंगत हल क्षेत्र उत्तर पुस्तिका में दर्शाइए :

$$3x + 2y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$$

Show the feasible solution region in the answer book under the following constraints :

$$3x + 2y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0.$$

- 10) यदि $P(A) = 0.6$ तथा $P(B) = 0.7$ है, तो $P(A \cap \bar{B})$ ज्ञात कीजिए।

If $P(A) = 0.6$ and $P(B) = 0.7$ then find $P(A \cap \bar{B})$.

5
खण्ड - ब
SECTION - B

- 11) N प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है। यदि $N \times N$ पर कोई सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = bc \quad \forall (a, b), (c, d) \in N \times N$ तब सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता सम्बन्ध है।

अथवा

परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q पर निम्न प्रकार से परिभाषित $*$ एक द्विआधारी संक्रिया है :

$$a * b = \frac{2ab}{3}$$

सिद्ध कीजिए कि $*$ संक्रिया क्रम विनिमेय तथा साहचर्य है। संक्रिया का तत्समक अवयव भी ज्ञात कीजिए।

N is a set of natural numbers. If R be a relation on $N \times N$, defined by $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc \quad \forall (a, b), (c, d) \in N \times N$ then prove that R is a equivalence relation.

OR

A binary operation $*$ on the set Q of rational numbers, defined by $a * b = \frac{2ab}{3}$.

Show that operation $*$ is commutative and associative. Also find the identity element of given operation.

- 12) सिद्ध कीजिए कि $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \sin^{-1} \frac{7}{25} = \cos^{-1} \frac{3}{5}$

अथवा

$$\tan^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} x \quad (x > 0) \text{ को हल कीजिए।}$$

$$\text{Prove that } \sin^{-1} \frac{3}{5} + \sin^{-1} \frac{7}{25} = \cos^{-1} \frac{3}{5}.$$

OR

$$\text{Solve } \tan^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right) = \frac{1}{2} \$$

13) यदि $\begin{bmatrix} x & -5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

If $\begin{bmatrix} x & -5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ then find the value of x .

14) यदि फलन $f(x) = \begin{cases} kx+1 & \text{यदि } x \leq 3 \\ 3x-5 & \text{यदि } x > 3 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन $x = 3$ पर संतत हो तो k का मान ज्ञात कीजिए।

If $f(x) = \begin{cases} kx+1 & \text{if } x \leq 3 \\ 3x-5 & \text{if } x > 3 \end{cases}$ is continuous at $x = 3$ then find the value of k .

15) वक्र $y = x^2 - 2x + 7$ की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $2x + y + 3 = 0$ के समांतर है।

अथवा

अवकलन का प्रयोग करके $\sqrt{37}$ का निकटतम मान ज्ञात कीजिए।

Find the equation of tangent to the curve $y = x^2 - 2x + 7$ which is parallel to the line $2x + y + 3 = 0$.

OR

Find the approximate value of $\sqrt{37}$ by using the differentiation.

- 16) फलन $f(x)=x+\frac{1}{x}$ का उच्चतम तथा निम्नतम मान ज्ञात कीजिए।

Find the maximum and minimum values of function $f(x)=x+\frac{1}{x}$.

- 17) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin x dx}{\sin x + \cos x}$.

ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{x+x^3}$.

Find: $\int \frac{\sin x dx}{\sin x + \cos x}$.

Find: $\int \frac{dx}{x+x^3}$.

अथवा

OR

- 18) ज्ञात कीजिए : $\int x^2 e^{-x} dx$

Find : $\int x^2 e^{-x} dx$

- 19) प्रथम चतुर्थांश में वक्र $y^2 = 16x$, $x = 2$, $x = 4$ तथा x -अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (उत्तर पुस्तिका में चित्र बनाइए)

Find the area in first quadrant bounded by the curve $y^2 = 16x$, $x = 2$, $x = 4$ and x -axis (Draw the figure in answer-book).

- 20) दो वृत्तों $x^2 + y^2 = 9$ तथा $x^2 + y^2 = 4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (उत्तर पुस्तिका में चित्र बनाइए)

Find the area of the region bounded by the two circles $x^2 + y^2 = 9$ and $x^2 + y^2 = 4$.
(Draw the figure in answer book).

- 21) यदि $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ है तो एक सदिश $\vec{d}$ ज्ञात कीजिए जो सदिश $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लम्बवत् है एवं $\vec{c} \cdot \vec{d} = 1$

If $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ then find a vector $\vec{d}$ which is perpendicular to $\vec{a}$ and $\vec{b}$ also $\vec{c} \cdot \vec{d} = 1$.

- 22) सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$ तथा $(\vec{a} - \vec{b})$ के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$

Find the unit vector perpendicular to vector $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$ where $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$.

- 23) आलेखिय विधि से निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को न्यूनतमीकरण के लिए हल कीजिए :

उद्देश्य फलन $Z = 20x + 60y$

व्यवरोध $4x + 3y \geq 12$

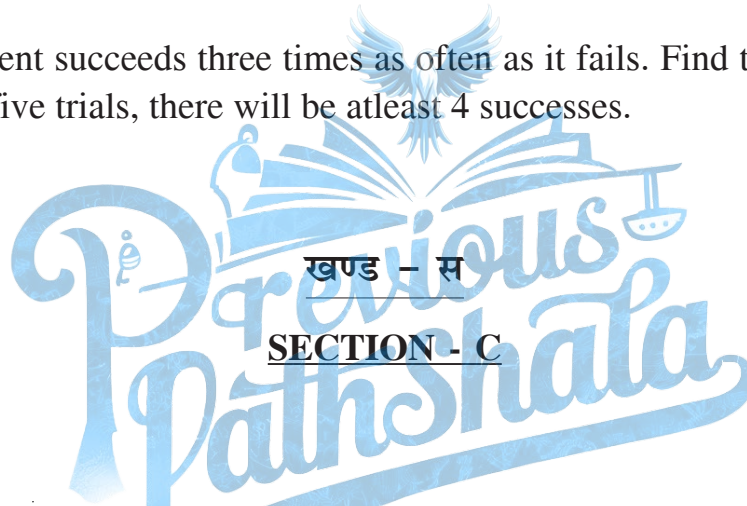
$3x + y \leq 6$

- 24) एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात है कि वह 3 में से 2 बार सत्य बोलता है। वह एक पासे को उछालता है और बतलाता है कि उस पर आने वाली संख्या 5 है। इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर आने वाली संख्या वास्तव में 5 है।

A man is known to speak truth 2 out of 3 times. He throws a die and reports that it is a five. Find the probability that it is actually a five.

- 25) एक प्रयोग के सफल होने का संयोग उसके असफल होने से तीन गुना है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि अगले पाँच परीक्षणों में कम-से-कम 4 सफल होंगे।

An experiment succeeds three times as often as it fails. Find the probability that in the next five trials, there will be atleast 4 successes.



26) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$$

Prove that

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$$

27) यदि $y = \log(x + \sqrt{a^2 + x^2})$ तो सिद्ध कीजिए कि $(a^2 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = 0$

If $y = \log(x + \sqrt{a^2 + x^2})$ then prove that $(a^2 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = 0$.

28) $\int_0^\pi \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_0^\pi \frac{x dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$.

29) अवकल समीकरण $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$ को हल कीजिए।

अथवा

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = \sin x$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$.

OR

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = \sin x$.

11

- 30) बिन्दुओं $A(2, -1, 1)$, $B(3, 1, 2)$ और $C(-1, -2, 7)$ से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए तथा बिन्दु $P(4, 2, 9)$ से समतल की दूरी भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि दो परस्पर लंब रेखाओं की दिक्-कोसाइन l_1, m_1, n_1 और l_2, m_2, n_2 हों तो दर्शाइए कि इन दोनों पर लंब रेखा की दिक्-कोसाइन $m_1n_2 - m_2n_1, n_1l_2 - n_2l_1, l_1m_2 - l_2m_1$ हैं।

Find the equation of a plane passing through the points $A(2, -1, 1)$, $B(3, 1, 2)$ and $C(-1, -2, 7)$ and also find the distance between point $P(4, 2, 9)$ and the plane.

OR

If l_1, m_1, n_1 and l_2, m_2, n_2 are the direction cosines of two mutually perpendicular lines, show that the direction cosines of the line perpendicular to both of these are $m_1n_2 - m_2n_1, n_1l_2 - n_2l_1, l_1m_2 - l_2m_1$.

