

CLASS : 12th (Sr. Secondary)

Code No. 2031

Series : SS-M/2017

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

SET : A

गणित **GRAPH**

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC/OPEN

(Only for Fresh Candidates)

(Evening Session)

Time allowed : 3 hours]

[Maximum Marks : 80

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित प्रश्न 20 हैं।
Please make sure that the printed question paper contains 20 questions.
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये कोड नम्बर तथा सेट को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।
The **Code No.** and **Set** on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.
- उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।
Don't leave blank page/pages in your answer-book.
- उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें।
Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.
- परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें।
Candidates must write their Roll Number on the question paper.
- कृपया प्रश्नों का उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है, परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।

2031/ (Set : A)

P. T. O.

Before answering the question, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, **no claim in this regard, will be entertained after examination.**

सामान्य निर्देश :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 20 प्रश्न हैं, जो कि चार खण्डों : अ, ब, स और द में बाँटे गए हैं :
खण्ड 'अ' : इस खण्ड में एक प्रश्न है जो बहुविकल्पीय प्रकार के 16 (i-xvi) भागों में है। प्रत्येक भाग 1 अंक का है।
खण्ड 'ब' : इस खण्ड में 2 से 11 तक कुल दस प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।
खण्ड 'स' : इस खण्ड में 12 से 16 तक कुल पाँच प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।
खण्ड 'द' : इस खण्ड में 17 से 20 तक कुल चार प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।
- (ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (iii) खण्ड 'द' के कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं, उनमें से एक ही प्रश्न को चुनना है।
- (iv) दिये गये ग्राफ-पेपर को अपनी उत्तर-पुस्तिका के साथ अवश्य नत्थी करें।
- (v) ग्राफ-पेपर पर अपनी उत्तर-पुस्तिका का क्रमांक अवश्य लिखें।
- (vi) कैल्क्युलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instructions :

- (i) This question paper consists of 20 questions which are divided into four Sections : **A, B, C and D** :
Section 'A' : This Section consists of **one** question which is divided into 16 (i-xvi) parts of multiple choice type. Each part carry 1 mark.
Section 'B' : This Section consists of **ten** questions from 2 to 11. Each question carries 2 marks.
Section 'C' : This Section consists of **five** questions from 12 to 16. Each question carries 4 marks.
Section 'D' : This Section consists of **four** questions from 17 to 20. Each question carries 6 marks.
- (ii) **All questions are compulsory.**
- (iii) **Section 'D'** contains **some** questions where internal choice have been provided. Choose **one** of them.

(3)

2031/ (Set : A)

- (iv) You must attach the given graph-paper along with your answer-book.
(v) You **must** write your Answer-book Serial No. on the graph-paper.
(vi) Use of Calculator is not permitted.

खण्ड – अ

SECTION – A

1. (i) मान लीजिए कि $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है, सही उत्तर का चयन कीजिए : 1

- (A) f एकैकी आच्छादक है
(B) f बहुएक आच्छादक है
(C) f एकैकी है, किन्तु आच्छादक नहीं है
(D) f न तो एकैकी है, और न ही आच्छादक है

Let $f : R \rightarrow R$ be defined as $f(x) = x^4$, choose the correct answer :

- (A) f is one-one onto
(B) f is many-one onto
(C) f is one-one but not onto
(D) f is neither one-one nor onto

- (ii) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$ का मान है : 1

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $-\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) π

$\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$ is equal to :

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $-\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) π

2031/ (Set : A)

P. T. O.

(iii) यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} 3x+7 & 5 \\ y+1 & 2-3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & y-2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ हो, तो x और y के मान हैं : 1

(A) $x = -\frac{1}{3}, y = 7$ (B) $x = -\frac{1}{3}, y = -\frac{2}{3}$

(C) $x = -\frac{2}{3}, y = 7$ (D) $x = 5, y = -\frac{2}{3}$

If the matrices $\begin{bmatrix} 3x+7 & 5 \\ y+1 & 2-3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & y-2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$, then the values of x and y are :

(A) $x = -\frac{1}{3}, y = 7$ (B) $x = -\frac{1}{3}, y = -\frac{2}{3}$

(C) $x = -\frac{2}{3}, y = 7$ (D) $x = 5, y = -\frac{2}{3}$

(iv) यदि A , 3×3 कोटि का व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है, तो $|\text{adj } A|$ का मान है : 1

(A) $|A|^3$ (B) $|A|$

(C) $3|A|$ (D) $|A|^2$

Let A be a non-singular square matrix of order 3×3 . Then $|\text{adj } A|$ is :

(A) $|A|^3$ (B) $|A|$

(C) $3|A|$ (D) $|A|^2$

(v) यदि फलन $f(x) = \begin{cases} kx+1, & \text{यदि } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$, $x = \pi$ पर संतत हो, तो k का मान है :

1

(A) -1 (B) $-\frac{2}{\pi}$

(C) -2 (D) इनमें से कोई नहीं

If the function $f(x) = \begin{cases} kx+1, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$ is continuous at $x = \pi$, then the value of k is :

(5)

- (A) -1 (B) $-\frac{2}{\pi}$
 (C) -2 (D) None of these

(vi) वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर, इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष $r = 5$ पर है : 1

- (A) 10π (B) 8π
 (C) 12π (D) 13π

The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r at $r = 5$ is :

- (A) 10π (B) 8π
 (C) 12π (D) 13π

(vii) वक्र $y = x^3 - 11x + 5$ पर वह बिन्दु है, जिस पर स्पर्श रेखा $y = x - 11$ है : 1

- (A) $(-2, 0)$ (B) $(3, 7)$
 (C) $(0, 2)$ (D) $(2, -9)$

The point on the curve $y = x^3 - 11x + 5$ at which the tangent is $y = x - 11$, is :

- (A) $(-2, 0)$ (B) $(3, 7)$
 (C) $(0, 2)$ (D) $(2, -9)$

(viii) $\int \frac{x^2}{x^6 + 1} dx$ का मान है : 1

- (A) $\frac{1}{3} \tan^{-1} x^3 + c$ (B) $\tan^{-1} \sqrt{x} + c$
 (C) $\sin^{-1} x^3 + c$ (D) इनमें से कोई नहीं

$\int \frac{x^2}{x^6 + 1} dx$ is equal to :

- (A) $\frac{1}{3} \tan^{-1} x^3 + c$ (B) $\tan^{-1} \sqrt{x} + c$
 (C) $\sin^{-1} x^3 + c$ (D) None of these

(ix) $\int_0^1 \sin^{-1} x dx$ का मान है : 1

(6)

2031/ (Set : A)

(A) 2 (B) $\frac{\pi}{2} - 1$

(C) -1 (D) 1

$\int_0^1 \sin^{-1} x dx$ is equal to :

(A) 2 (B) $\frac{\pi}{2} - 1$

(C) -1 (D) 1

(x) निम्नलिखित समीकरणों में से किस समीकरण का व्यापक हल $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$ है :

1

(A) $\frac{d^2 y}{dx^2} + 1 = 0$ (B) $\frac{d^2 y}{dx^2} - 1 = 0$

(C) $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0$ (D) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

Which of the following differential equation has $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$ as the general solution ?

(A) $\frac{d^2 y}{dx^2} + 1 = 0$ (B) $\frac{d^2 y}{dx^2} - 1 = 0$

(C) $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0$ (D) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

(xi) अवकल समीकरण $e^x dy + (ye^x + 2x) dx = 0$ का व्यापक हल है : 1

(A) $ye^x + x^2 = c$ (B) $xe^x + x^2 = c$

(C) $xe^y + y^2 = c$ (D) $ye^y + x^2 = c$

2031/ (Set : A)

The general solution of the differential equation $e^x dy + (ye^x + 2x) dx = 0$ is :

(A) $ye^x + x^2 = c$ (B) $xe^x + x^2 = c$

(C) $xe^y + y^2 = c$ (D) $ye^y + x^2 = c$

(xii) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप है : 1

(A) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ (B) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{5}{3}\sqrt{6}$

The projection of vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ on $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ is :

(A) $\frac{\sqrt{5}}{6}$ (B) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{5}{3}\sqrt{6}$

(xiii) रेखाओं $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ तथा $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ के युग्म के बीच का कोण है : 1

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{8\sqrt{3}}{15}\right)$ (B) $\cos^{-1}\left(\frac{5\sqrt{7}}{15}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{15}{8\sqrt{3}}\right)$ (D) $\cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{8}}{15}\right)$

Angle between the pair of lines $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ and

$\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ is :

(8)

$$(A) \cos^{-1}\left(\frac{8\sqrt{3}}{15}\right) \quad (B) \cos^{-1}\left(\frac{5\sqrt{7}}{15}\right)$$

$$(C) \cos^{-1}\left(\frac{15}{8\sqrt{3}}\right) \quad (D) \cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{8}}{15}\right)$$

(xiv) यदि पासों का एक जोड़ा उछाला जाता है, तो प्रत्येक पासे पर सम अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता है :

1

$$(A) \frac{1}{3} \quad (B) \frac{1}{36}$$

$$(C) 0 \quad (D) \frac{11}{12}$$

The probability of obtaining an even prime number on each die, when a pair of dice is rolled is :

$$(A) \frac{1}{3} \quad (B) \frac{1}{36}$$

$$(C) 0 \quad (D) \frac{11}{12}$$

(xv) यदि एक न्याय्य सिक्के को 10 बार उछाला गया हो, तो ठीक छः चित प्राप्त करने की प्रायिकता है :

1

$$(A) \frac{193}{512} \quad (B) \frac{290}{512}$$

$$(C) \frac{105}{512} \quad (D) \text{ इनमें से कोई नहीं }$$

If a fair coin is tossed ten times, the probability of getting exactly six heads is :

$$(A) \frac{193}{512} \quad (B) \frac{290}{512}$$

$$(C) \frac{105}{512} \quad (D) \text{ None of these }$$

(xvi) यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$ हो, तो $P(A/B)$ है : 1

- (A) 0 (B) 1
(C) $\frac{1}{2}$ (D) परिभाषित नहीं

If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = 0$, then $P(A/B)$ is :

- (A) 0 (B) 1
(C) $\frac{1}{2}$ (D) Not defined

खण्ड - ब

SECTION - B

2. यदि फलन $f: R \rightarrow R$, $f(x) = 4x + 3$ द्वारा प्रदत्त हो, तो दिखाइए कि f व्युत्क्रमणीय है और f का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए। 2

Let $f: R \rightarrow R$, given by $f(x) = 4x + 3$. Show that f is invertible and find the inverse of f .

3. सिद्ध कीजिए : 2

$$2 \sin^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{24}{7}$$

Prove that :

$$2 \sin^{-1} \frac{3}{5} = \tan^{-1} \frac{24}{7}$$

4. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि $A + A'$ एक सममित आव्यूह है। 2

(10)

2031/ (Set : A)

For the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, verify that $A + A'$ is a symmetric matrix.

5. $\begin{vmatrix} 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha \\ -\sin \alpha & 0 & \sin \beta \\ \cos \alpha & -\sin \beta & 0 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate : $\begin{vmatrix} 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha \\ -\sin \alpha & 0 & \sin \beta \\ \cos \alpha & -\sin \beta & 0 \end{vmatrix}$

6. $\int \sqrt{x^2 + 2x + 5} \, dx$ का मान निकालिए। 2

Find $\int \sqrt{x^2 + 2x + 5} \, dx$

7. मान ज्ञात कीजिए $\int_{-1}^1 \sin^5 x \cos^4 x \, dx$ 2

Evaluate : $\int_{-1}^1 \sin^5 x \cos^4 x \, dx$

8. y -अक्ष को मूल बिन्दु पर स्पर्श करने वाले वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

Find the differential equation of the family of circles touching the y -axis at the origin.

9. यदि $y = A \sin x + B \cos x$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$ है। 2

If $y = A \sin x + B \cos x$, then prove that $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$.

10. $\sin^2 x$ का $e^{\cos x}$ के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए। 2

Differentiate $\sin^2 x$ w.r.t. $e^{\cos x}$.

2031/ (Set : A)

(11)

2031/ (Set : A)

11. एक अनभिनत (unbiased) पासे को दो बार उछाला गया। मान लें A घटना 'पहली उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' और B घटना 'द्वितीय उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' दर्शाते हैं। घटनाओं A और B के स्वातंत्र्य का परीक्षण कीजिए। 2

An unbiased die is thrown twice. Let the event A be 'odd number on the first throw' and B be the event 'odd number on the second throw'. Check the independence of the events A and B.

खण्ड - स

SECTION - C

12. दिखाइए कि $\sin^{-1} \frac{12}{13} + \cos^{-1} \frac{4}{5} + \tan^{-1} \frac{63}{16} = \pi$ है। 4

Show that $\sin^{-1} \frac{12}{13} + \cos^{-1} \frac{4}{5} + \tan^{-1} \frac{63}{16} = \pi$.

13. $(\log x)^x + x^{\log x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 4

Differentiate $(\log x)^x + x^{\log x}$ w.r.t. x .

14. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$ द्वारा प्रदत्त फलन f निरन्तर वर्धमान या निरन्तर हासमान है। 4

Find the interval in which the function f given by $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$ is strictly increasing or strictly decreasing.

15. एक निशानेबाज के लक्ष्य-भेदन की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है। वह कम से कम कितनी बार गोली चलाए कि लक्ष्य को कम से कम एक बार भेदने की प्रायिकता 0.99 से अधिक हो ? 4

The probability of a shooter hitting a target is $\frac{3}{4}$. How many minimum number of times must he/she fire so that the probability of hitting the target at least once is more than 0.99 ?

2031/ (Set : A)

P. T. O.

(12)

2031/ (Set : A)

16. सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का सदिशों $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ और $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ के योगफल की दिशा में, मात्रक सदिश के साथ अदिश गुणनफल एक के बराबर है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए। 4

The scalar product of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ with a unit vector along the sum of vectors $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ is equal to one, find the value of λ .

खण्ड – द

SECTION – D

17. निम्न समीकरण निकायों को आव्यूह विधि द्वारा हल कीजिए : 6

$$\begin{aligned}x - y + 2z &= 7 \\3x + 4y - 5z &= -5 \\2x - y + 3z &= 12\end{aligned}$$

Solve the system of equations by matrix method :

$$\begin{aligned}x - y + 2z &= 7 \\3x + 4y - 5z &= -5 \\2x - y + 3z &= 12\end{aligned}$$

18. x -अक्ष के ऊपर तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 8x$ एवम् परवलय $y^2 = 4x$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Find the area lying above x -axis and included between the circle $x^2 + y^2 = 8x$ and the parabola $y^2 = 4x$.

अथवा

OR

रेखा $y = 3x + 2$, x -अक्ष एवम् कोटियों $x = -1$ तथा $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

2031/ (Set : A)

(13)

2031/ (Set : A)

Find the area of the region bounded by the line $y = 3x + 2$ and the ordinates $x = -1$ and $x = 1$.

19. समतलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ और $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु $(1, 1, 1)$ से जाने वाले समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 6

Find the vector equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) = -5$ and the point $(1, 1, 1)$.

अथवा

OR

रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines :
 $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$.

20. आलेखीय विधि द्वारा निम्न रेखिक-समीकरणों को हल कीजिए : 6

निम्न व्यवरों के अन्तर्गत

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$z = 3x + 9y$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

Solve the following linear programming graphically :

2031/ (Set : A)

P. T. O.

2031/ (Set : A)

Minimize and maximize $z = 3x + 9y$ subject to the constraints
(14)
 $x + 3y \leq 60$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$



2031/ (Set : A)