

विषय कोड
Subject Code :

121/327

प्रश्न-पत्र सेट कोड
Question Paper
Set Code

G

INTERMEDIATE EXAMINATION – 2019

(ANNUAL)

MATHEMATICS

गणित

I. Sc. & I. A.

प्रश्न-पत्र शीट का क्रमांक
Question Booklet Serial No.

121-0023-607

कुल प्रश्नों की संख्या 83
Total No. of Questions: 83

(समय: 3 घंटे 15 मिनट)
[Time: 3 Hrs. 15 Minutes]

कुल मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16
Total No. of Printed Pages: 16

(पूर्णांक: 100)
[Full Marks: 100]

परीक्षार्थियों के लिये निर्देश-
Instructions for the candidates:

1. परीक्षार्थी यथा संभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें।
Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.
2. दाहिनी ओर हाथीय पर दिये हुए अंक पूर्णांक निर्दिष्ट करते हैं।
Figures in the right hand margin indicate full marks.
3. इस प्रश्न पत्र को ध्यानपूर्वक पढ़ने के लिए 15 मिनट का अतिरिक्त समय दिया गया है।
15 Minutes of extra time has been allotted for the candidates to read the questions carefully.
4. यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों में है, खण्ड - अ एवं खण्ड - ब।
This question paper is divided into two sections - Section - A and Section - B.
5. खण्ड - अ में 50 वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। (प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है)। इनका उत्तर उभलबा कराये गये OMR - उत्तर पत्रक में दिये गये सही वृत्त को काले/नीले बॉल पेन से भरे। किसी भी प्रकार के व्हाइटनर/तरल पदार्थ/ब्लेड/नाखून आदि का उत्तर पुस्तिका में प्रयोग करना मना है, अन्यथा परीक्षा परिणाम अमान्य होगा।
In Section - A, there are 50 objective type questions which are compulsory, each carrying 1 mark. Darken the circle with blue/black ball pen against the correct option on OMR Answer Sheet provided to you. Do not use Whitener/Liquid/Blade/Nail etc. on OMR Sheet; otherwise the result will be invalid.
6. खण्ड - ब में 25 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। (प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित हैं), जिनमें से किसी 15 प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है। इनके अतिरिक्त, इस खण्ड में 8 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं (प्रत्येक के लिए 5 अंक निर्धारित हैं)। जिनमें से किसी 4 प्रश्नों का उत्तर देना है।
In Section - B, there are 25 short answer type questions (each carrying 2 marks), out of which any 15 questions are to be answered. Apart from this, there are 8 Long Answer Type questions (Each Carrying 5 marks). Out of which any 4 questions to be answered.
7. किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण का प्रयोग पूर्णतया वर्जित है।
Use of any electronic appliances is strictly prohibited.

खण्ड -अ / SECTION - A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Objective Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 50 तक के प्रत्येक प्रश्न के साथ चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें से एक सही है। अपने द्वारा चुने गए सही विकल्प को OMR - शीट पर चिह्नित करें।

Question No. 1 to 50 have four options, out of which only one is correct. You have to mark, your selected option, on the OMR - Sheet.

(50×1=50)

(50×1=50)

1. यदि $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ और $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ है, तो $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$ का मान है -

(A) 15

(B) 18

(C) -18

(D) -15

If $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ and $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, then the value of $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$ is -

(A) 15

(B) 18

(C) -18

(D) -15

2. $\int \frac{dx}{1+k^2} = ?$

(A) $\tan x + c$

(B) $\tan^2 x + c$

(C) $\cot x + c$

(D) $-\cot^{-1} x + c$

3. $\begin{bmatrix} \sin 20^\circ & -\cos 20^\circ \\ \sin 70^\circ & \cos 70^\circ \end{bmatrix} = ?$

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) 2

4. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = ?$

(A) $\frac{\pi}{4}$

(B) $-\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $-\frac{\pi}{2}$

5. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin x \cos x$ का समाकलन गुणांक है -

- (A) $e^{-\sin x}$ (B) $e^{\sin x}$
 (C) $e^{-\cos x}$ (D) $e^{\cos x}$

Integrating factor (I.F) of the differential equation $\frac{dy}{dx} - y \cos x = \sin x \cos x$ is -

- (A) $e^{-\sin x}$ (B) $e^{\sin x}$
 (C) $e^{-\cos x}$ (D) $e^{\cos x}$

6. निम्नलिखित आव्यूहों में कौन 3×3 क्रम के एकांक आव्यूह है?

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Which of the following is the unit matrix of order 3×3 ?

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

7. बिंदु (3, 4, 5) की x-अक्ष से दूरी -

- (A) 3 (B) 5
 (C) $\sqrt{41}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The distance of the point (3, 4, 5) from x-axis is -

- (A) 3 (B) 5
 (C) $\sqrt{41}$ (D) None of these

8. $\int \frac{dx}{x^2+16} = ?$

(A) $\frac{1}{16} \tan^{-1} \frac{x}{16} + k$

(C) $\frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{x}{4} + k$

~~(B)~~ $\frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{x}{4} + k$

(D) $\frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{16}{x^2} + k$

9. $\int \sec x \, dx = ?$

(A) $\log |\sec x| + c$

(C) $\log |\sec x - \tan x| + c$

~~(B)~~ $\log |\sec x + \tan x| + c$

(D) $\sec x \tan x + c$

10. फलन $f(x) = \frac{\log x}{x}$ का उच्चिष्ठ मान है -

(A) 1

~~(C)~~ e

(B) $\frac{2}{e}$

~~(D)~~ $\frac{1}{e}$

The maximum value of $f(x) = \frac{\log x}{x}$ is -

(A) 1

(C) e

(B) $\frac{2}{e}$

~~(D)~~ $\frac{1}{e}$

11. सदिश $19\vec{i} + 5\vec{j} - 6\vec{k}$ का मापांक है -

(A) $\sqrt{322}$

(C) $\sqrt{421}$

(B) $\sqrt{420}$

~~(D)~~ $\sqrt{422}$

The modulus of the vector $19\vec{i} + 5\vec{j} - 6\vec{k}$ is -

(A) $\sqrt{322}$

(C) $\sqrt{421}$

(B) $\sqrt{420}$

~~(D)~~ $\sqrt{422}$

12. निम्नलिखित में से कौन सा समघातीय अवकल समीकरण है?

- (A) $x^2y dx - (x^3 + y^3)dy = 0$ (B) $(xy)dx - (x^3 + y^3)dy = 0$
 (C) $(2x + y - 3)dy - (x + 2y - 3)dx = 0$ (D) $(x - y)dy = (x^2 + y + 1)dx$

Which of the following is a homogenous differential equation?

- (A) $x^2y dx - (x^3 + y^3)dy = 0$ (B) $(xy)dx - (x^3 + y^3)dy = 0$
 (C) $(2x + y - 3)dy - (x + 2y - 3)dx = 0$ (D) $(x - y)dy = (x^2 + y + 1)dx$

13. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = ?$

- (A) -1 (B) 1
 (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) 0

14. $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A + 3B =$

- (A) $\begin{bmatrix} 27 & 24 \\ 22 & 10 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 27 & 36 \\ 25 & 10 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 27 & 36 \\ 25 & 15 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 27 & 36 \\ 35 & 10 \end{bmatrix}$

15. यदि संक्रिया $*$, $a * b = 2a + b$ से परिभाषित हो, तो $(2 * 3) * 4$ है -

- (A) 18 (B) 17
 (C) 19 (D) 21

The operation $*$ is defined as $a * b = 2a + b$, then $(2 * 3) * 4$ is -

- (A) 18 (B) 17
 (C) 19 (D) 21

16. सारणिक $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ के मान हैं -

- (A) 1 (B) -1
 (C) 0 (D) 2

The value of the determinant $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ is -

- (A) 1 (B) -1
 (C) 0 (D) 2

$2 * 4 = 8$
 $8 * 4 = 16$

17. यदि $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \quad \forall x_1, x_2 \in A$, तो $f: A \rightarrow B$ कैसा फलन होगा?
- (A) एक-एक (एकैक) (B) अचर
(C) आच्छादक (D) अनेक-एक (अनेकैक)

If $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \quad \forall x_1, x_2 \in A$, then what type of a function is $f: A \rightarrow B$?

- (A) One - one (B) Constant
(C) Onto (D) Many one

18. $\frac{d}{dx} [\log x] = ?$

- (A) $\frac{1}{x}$ (B) $-\frac{1}{x^2}$
(C) 1 (D) $\frac{1}{x^2}$

19. $\frac{d}{dx} [\tan x] = ?$

- (A) $\sec^2 x$ (B) $\sec x$
(C) $\cot x$ (D) $-\sec^2 x$

20. $\int_a^b x^2 dx = ?$

- (A) $\frac{b^3 - a^3}{3}$ (B) $\frac{a^3 - b^3}{3}$
(C) $\frac{a^2 - b^2}{2}$ (D) $\frac{b^2 - a^2}{2}$

21. $P(E) = ?$

- (A) $n(E) + n(S)$ (B) $\frac{n(S)}{n(E)}$
(C) $n(E) - n(S)$ (D) $\frac{n(E)}{n(S)}$

22. x का मान होगा जबकि $\begin{bmatrix} x & 15 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = 0$ है -

- (A) 15
(C) 4

- (B) -15
(D) $4x$

The value of x when $\begin{bmatrix} x & 15 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = 0$ is -

- (A) 15
(C) 4

- (B) -15
(D) $4x$

23. यदि $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ के बिंदु $(2, -1)$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता है -

- (A) $\frac{12}{7}$
(C) $\frac{6}{7}$

- (B) $-\frac{6}{7}$
(D) $-\frac{12}{7}$

The slope of the tangent to the curve $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ at the point $(2, -1)$ is -

- (A) $\frac{12}{7}$
(C) $\frac{6}{7}$

- (B) $-\frac{6}{7}$
(D) $-\frac{12}{7}$

24. $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = ?$

- (A) 0
(C) $\frac{\pi}{2}$

- (B) 1
(D) $-\frac{\pi}{2}$

25. $\vec{a} \cdot \vec{b} = ?$

- (A) $-\vec{b} \cdot \vec{a}$
(C) -1

- (B) 1
(D) $\vec{b} \cdot \vec{a}$

26. $(\vec{a} \times \vec{a}) \cdot \vec{b} = ?$

- (A) 1
(C) 2

- (B) -1
(D) 0

27. $\frac{d}{dx}[\sin^2 x] = ?$

(A) ~~2 sin x cos x~~

(C) $\cos^2 x$

(B) $2 \sin x$

(D) $\sin x \cos x$

28. बिंदु (x, y, z) का स्थिति सदिश है -

(A) $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$

(C) $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$

(B) $x\vec{i} + y\vec{j} - z\vec{k}$

(D) ~~$x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$~~

The position vector of the point (x, y, z) is -

(A) $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$

(C) $x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$

(B) $x\vec{i} + y\vec{j} - z\vec{k}$

(D) $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

29. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx = ?$

(A) $\frac{1}{3}$

(C) ~~$\frac{1}{2}$~~

(B) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

30. $\int x^n dx, (n \neq 0) = ?$

(A) $\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$

(C) $x^{n+1} + k$

(B) ~~$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$~~

(D) $x^{n-1} + k$

31. $\int_2^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x} = ?$

(A) $\log \frac{2}{\frac{1}{2}}$

(C) ~~$\log \frac{1}{2}$~~

(B) $\log \frac{2}{\frac{1}{2}}$

(D) $\log \frac{2}{\frac{1}{2}}$

32. $\vec{k} \times \vec{k} = ?$

(A) i

(C) k^2

(B) $-j$

(D) ~~0~~

33. $P(A) + P(A^c) = ?$

(A) 0

(C) -1

(B) 1

(D) $P(E)$

34. $\frac{d}{dx} [\sin^{-1} x] = ?$

(A) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(B) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

(D) $\sqrt{1-x^2}$

35. $f: A \rightarrow B$ आच्छादक फलन होगा, यदि

(A) $f(A) \subset B$

(C) $f(A) \supset B$

(B) $f(A) = B$

(D) $f(A) \neq B$

$f: A \rightarrow B$ will be an onto function of -

(A) $f(A) \subset B$

(C) $f(A) \supset B$

(B) $f(A) = B$

(D) $f(A) \neq B$

36. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx = ?$

(A) -1

(C) 1

(B) 0

(D) $\frac{\pi}{2}$

37. यदि $2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ तो -

(A) $(x = -2, y = 8)$

(C) $(x = 3, y = -6)$

(B) $(x = 2, y = -8)$

(D) $(x = -3, y = 6)$

If $2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$, then-

(A) $(x = -2, y = 8)$

(C) $(x = 3, y = -6)$

(B) $(x = 2, y = -8)$

(D) $(x = -3, y = 6)$

38. $\int_0^1 \frac{dx}{2+x^2} = ?$

(A) $-\frac{\pi}{4}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $-\frac{\pi}{2}$

39. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$ का समाकलन गुणांक है -

(A) $\sec x + \tan x$

(B) $\sec x - \tan x$

(C) $\sec x$

(D) $\tan x \sec x$

Integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$ is -

(A) $\sec x + \tan x$

(B) $\sec x - \tan x$

(C) $\sec x$

(D) $\tan x \sec x$

40. यदि $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ तो $P(A \cup B) = ?$

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{5}{8}$

If $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, then $P(A \cup B) = ?$

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{5}{8}$

41. $\int \operatorname{cosec}^2 x \, dx = ?$

(A) $\tan x + c$

(B) $-\cot x + c$

(C) $2 \operatorname{cosec} x + c$

(D) $-2 \operatorname{cosec} x + c$

42. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + x^3 \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^4$ की कोटि है -

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 3

The order of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + x^3 \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^4$ is -

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 3

43. यदि $-1 < x < 1$, तो $2 \tan^{-1} x = ?$

(A) $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$

(B) $\sin^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$

(C) $\sin^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$

(D) $\sin^{-1} \frac{1+x^2}{1-x^2}$

If $-1 < x < 1$, then $2 \tan^{-1} x = ?$

(A) $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$

(B) $\sin^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$

(C) $\sin^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$

(D) $\sin^{-1} \frac{1+x^2}{1-x^2}$

44. मान निकाले $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ y & x \end{bmatrix}$

(A) $x+y$

(B) $x-y$

(C) $-y-x$

(D) $1-x$

Evaluate $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ y & x \end{bmatrix}$

(A) $x+y$

(B) $x-y$

(C) $-y-x$

(D) $1-x$

45. किसी समतल की सभी सरल रेखाओं के समुच्चय में R "लम्ब होने का संबंध है", तो संबंध R -

(A) स्वतुल्य और संक्रामक है

(B) सममित और संक्रामक है

(C) सममित है

(D) इनमें से कोई नहीं

In the set of all straight lines in a plane, the relation R "to be Perpendicular" is -

(A) Reflexive and transitive

(B) Symmetric and transitive

(C) Symmetric

(D) None of these

46. $P(A \cup B) = ?$

(A) $P(A) + P(B) + P(A \cap B)$

(C) $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(B) $P(A) - P(B) - P(A \cap B)$

(D) $P(A) - P(B) + P(A \cap B)$

47. $\sin^{-1} \frac{1}{x} = ?$

(A) $\sec^{-1} x$

(C) $\tan^{-1} x$

(B) $\operatorname{cosec}^{-1} x$

(D) $\sin x$

48. $\frac{d}{dx} [\sin^{-1} x + \cos^{-1} x] = ?$

(A) 0

(C) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

49. z-अक्ष की दिक् कोण्यारे है -

(A) (0, 0, 0)

(C) (0, 1, 0)

(B) (1, 0, 0)

(D) (0, 0, 1)

The direction cosines of z-axis are -

(A) (0, 0, 0)

(C) (0, 1, 0)

(B) (1, 0, 0)

(D) (0, 0, 1)

50. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ तो निम्नांकित में कौन A' के समान है?

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, then which one of the following is equal to A' ?

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

खण्ड - ब / SECTION - B

गैर-वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Non - Objective Type Questions

लघु उत्तरीय प्रश्न / Short Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 1 से 25 तक लघु उत्तरीय हैं। किन्हीं 15 प्रश्नों के उत्तर दें। प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित हैं।

Question No. 1 to 25 are short answer type. Answer any 15 questions. Each question carries 2 marks. (15×2=30)

1. यदि $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ जहाँ $f(x) = (3-x^3)^{\frac{1}{3}}$ तो सिद्ध करें कि $(f \circ f)(x) = x$
If $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ such that $f(x) = (3-x^3)^{\frac{1}{3}}$, then prove that $(f \circ f)(x) = x$ (2)
2. सिद्ध करें कि -
Prove that -
 $\sec^2(\tan^{-1}2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1}3) = 15$ (2)
3. सिद्ध करें कि -
Prove that -
 $\tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-x}{1+x}$ (2)
4. सिद्ध करें -
Prove that -
 $\begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 75^\circ & \cos 75^\circ \end{bmatrix} = 0$ (2)
5. सारणिक के मान ज्ञात करें -
Evaluate the determinant -
 $\begin{vmatrix} 4 & 9 & 7 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ (2)
6. x और y का मान निकालें यदि -
Find the value of x and y if -
 $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

7. यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 6 & B & 4 \end{bmatrix}$, AB निकालें।

If $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 6 & B & 4 \end{bmatrix}$, find AB.

8. $\frac{dy}{dx}$ निकालें, यदि $y = \cos\sqrt{\sin x}$

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \cos\sqrt{\sin x}$

9. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $y = \sqrt{\sin x}$

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \sqrt{\sin x}$

10. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $y = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$

11. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $y = \sin^2 x \cos^2 x$

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \sin^2 x \cos^2 x$

12. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $y = \tan(x+y)$

Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \tan(x+y)$

13. मान निकालें -

Evaluate -

$$\int \cot^2 x \, dx$$

14. मान निकालें -

Evaluate -

$$\int \sqrt{1 + \sin 2x} \, dx$$

15. मान निकालें -

Evaluate -

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx$$

16. हल करें -

Solve -

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$$

(2)

17. हल करें -

Solve -

$$x dy + y dx = 0$$

(2)

18. हल करें -

Solve -

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2 \cos x$$

(2)

19. सिद्ध करें कि -

Prove that -

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

(2)

20. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{b} = -7\hat{i} + 6\hat{j} + 8\hat{k}$ तो $\vec{a} \times \vec{b}$ ज्ञात करें।

If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{b} = -7\hat{i} + 6\hat{j} + 8\hat{k}$ find $\vec{a} \times \vec{b}$

(2)

21. यदि $\vec{a} = (2, 3, -5)$ और $\vec{b} = (2, 2, 2)$ तो सिद्ध करें कि \vec{a} और \vec{b} परस्पर लंब हैं।

If $\vec{a} = (2, 3, -5)$ and $\vec{b} = (2, 2, 2)$, then prove that \vec{a} and \vec{b} are mutually perpendicular.

(2)

22. मूल बिंदु से बिंदु (a, b, c) की दूरी ज्ञात करें।

Find the distance of the point (a, b, c) from the origin.

(2)

23. उस तल का समीकरण ज्ञात करें जो बिंदु (1, 2, 3) से गुजरता है और तल $3x + 4y - 5z = 0$ के समांतर है।

Find the equation of the plane through (1, 2, 3) and parallel to the plane $3x + 4y - 5z = 0$.

24. दो पासे फेंकने के क्रम में ऊपर आए अंकों का योग 8 होने की क्या प्रायिकता है, यदि मादूम जो कि दुसरे पासे पर हमेशा 4 आता है।

Two dice are thrown. Find the probability that the numbers appearing have a sum 8 if it is known that the second die always exhibits 4.

(2)

25. यदि $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ तथा $P\left(\frac{B}{A}\right)$ निकालें।

(2)

If $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, then find $P\left(\frac{A}{B}\right)$ and $P\left(\frac{B}{A}\right)$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न / Long Answer Type Questions

प्रश्न संख्या 26 से 33 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। इस कोटि के प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं। किन्हीं 4 प्रश्नों का उत्तर दें।

(4×5=20)

Question Nos. 26 to 33 are long Answer Type Questions. Each question carries 5 marks. Answer any 4 questions.

(4×5=20)

26. लाग्रान्ज माध्य मान प्रमेय की अंतराल $[0, 4]$ में जाँच करें, जब कि फलन $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$.

Verify Lagrange's Mean Value Theorem in interval $[0, 4]$, where function $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$.

27. $\frac{dy}{dx}$ निकालें यदि $x + y = \sec^{-1}(x - y)$

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x + y = \sec^{-1}(x - y)$

28. समाकलन करें -

Integrate -

$$\int \frac{x e^x}{(1+x)^2} dx$$

29. सिद्ध करें -

Prove that -

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cot x}}{\sqrt{\cot x} + \sqrt{\tan x}} dx$$

30. वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल समाकलन द्वारा निकालें।

Find the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ by integration

31. दो सदिश $3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ तथा $2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ के बीच के कोण का sine ज्ञात करें।

Find the sine of the angle between the two vectors $3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ and $2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

32. सिद्ध करें -

Prove that -

$$\begin{bmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{bmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

33. न्यूनतीकरण करें (Minimize) $z = -3x + 3y$

जबकि (subject to)

$$x + 2y \leq 8$$

$$3x + 2y \leq 12$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$