

खण्ड - अ / SECTION - A

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Objective Type Questions)

1. यदि  $A = \{5, 6\}$ ; इस समुच्चय पर कितनी द्विचर संक्रियाएँ परिभाषित हो सकती हैं?  
Let  $A = \{5, 6\}$ ; how many binary operations can be defined on this set?  
(A) 8 (B) 10  
(C) 16 (D) 20
2. माना कि  $A = \{1, 2, 3\}$ , निम्नलिखित में किस फलन  $f : A \rightarrow A$  का प्रतिलोम फलन प्राप्त नहीं होगा?  
Let  $A = \{1, 2, 3\}$ , which of the following functions  $f : A \rightarrow A$  does not have an inverse function?  
(A)  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$  (B)  $\{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$   
(C)  $\{(1, 3), (3, 2), (2, 1)\}$  (D)  $\{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$
3. यदि  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{6, 7, 8\}$  तथा  $f : A \rightarrow B$  एक फलन है इस प्रकार कि  $f(x) = x + 5$ , तो  $f$  निम्नलिखित में से किस प्रकार का फलन है?  
If  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{6, 7, 8\}$  and  $f : A \rightarrow B$  is a function such that  $f(x) = x + 5$  then what type of a function is  $f$ ?  
(A) अंतःक्षेपी (B) एकैक आच्छादक  
(C) अनेकैक आच्छादक (D) अवर फलन  
(A) into (B) one - one onto  
(C) many - one onto (D) Constant function
4. वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में संबंध "छोटा है" निम्नलिखित में कौन सा संबंध है?  
What type of a relation is "Less than" in the set of real numbers?  
(A) केवल सममित (B) केवल संक्रामक  
(C) केवल स्वतुल्य (D) तुल्यता संबंध  
(A) only symmetric (B) only transitive  
(C) only reflexive (D) equivalence relation
5.  $\cos^{-1}\left(\cos \frac{8\pi}{5}\right) =$   
(A)  $\frac{8\pi}{5}$  (B)  $\frac{12\pi}{5}$   
(C)  $\frac{2\pi}{5}$  (D)  $\frac{4\pi}{5}$

6.  $\cos^{-1}(2x-1) =$

(A)  $2 \cos^{-1}x$

(B)  $\cos^{-1}\sqrt{x}$

(C)  $2 \cos^{-1}\sqrt{x}$

(D) इनमें से कोई नहीं

$\cos^{-1}(2x-1) =$

(A)  $2 \cos^{-1}x$

(B)  $\cos^{-1}\sqrt{x}$

(C)  $2 \cos^{-1}\sqrt{x}$

(D) None of these

7.  $2 \cot^{-1}3 + \cot^{-1}7 =$

(A)  $\frac{\pi}{2}$

(B)  $\frac{\pi}{4}$

(C)  $\pi$

(D)  $\frac{\pi}{6}$

8.  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) =$

(A)  $\frac{\pi}{4}$

(B)  $\frac{3\pi}{4}$

(C)  $\frac{-\pi}{4}$

(D)  $\frac{\pi}{2}$

9. यदि  $\lambda \in \mathbb{R}$  और  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  तो  $\lambda \Delta =$

(A)  $\begin{vmatrix} \lambda a & \lambda b \\ \lambda c & \lambda d \end{vmatrix}$

(B)  $\begin{vmatrix} \lambda a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

(C)  $\begin{vmatrix} \lambda a & b \\ \lambda c & d \end{vmatrix}$

(D) इनमें से कोई नहीं

If  $\lambda \in \mathbb{R}$  and  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  then  $\lambda \Delta =$

(A)  $\begin{vmatrix} \lambda a & \lambda b \\ \lambda c & \lambda d \end{vmatrix}$

(B)  $\begin{vmatrix} \lambda a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

(C)  $\begin{vmatrix} \lambda a & b \\ \lambda c & d \end{vmatrix}$

(D) None of these

6.  $\cos^{-1}(2x-1) =$

(A)  $2 \cos^{-1}x$

(B)  $\cos^{-1}\sqrt{x}$

(C)  $2 \cos^{-1}\sqrt{x}$

(D) इनमें से कोई नहीं

$\cos^{-1}(2x-1) =$

(A)  $2 \cos^{-1}x$

(B)  $\cos^{-1}\sqrt{x}$

(C)  $2 \cos^{-1}\sqrt{x}$

(D) None of these

7.  $2 \cot^{-1}3 + \cot^{-1}7 =$

(A)  $\frac{\pi}{2}$

(B)  $\frac{\pi}{4}$

(C)  $\pi$

(D)  $\frac{\pi}{6}$

8.  $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) =$

(A)  $\frac{\pi}{4}$

(B)  $\frac{3\pi}{4}$

(C)  $\frac{-\pi}{4}$

(D)  $\frac{\pi}{2}$

9. यदि  $\lambda \in \mathbb{R}$  और  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  तो  $\lambda \Delta =$

(A)  $\begin{vmatrix} \lambda a & \lambda b \\ \lambda c & \lambda d \end{vmatrix}$

(B)  $\begin{vmatrix} \lambda a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

(C)  $\begin{vmatrix} \lambda a & b \\ \lambda c & d \end{vmatrix}$

(D) इनमें से कोई नहीं

If  $\lambda \in \mathbb{R}$  and  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  then  $\lambda \Delta =$

(A)  $\begin{vmatrix} \lambda a & \lambda b \\ \lambda c & \lambda d \end{vmatrix}$

(B)  $\begin{vmatrix} \lambda a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

(C)  $\begin{vmatrix} \lambda a & b \\ \lambda c & d \end{vmatrix}$

(D) None of these

10. यदि  $a, b, c$  समांतर श्रेणी में हों तो—  
If  $a, b, c$  are in A. P. then—

$$\begin{vmatrix} x+1 & x+2 & x+a \\ x+2 & x+3 & x+b \\ x+3 & x+4 & x+c \end{vmatrix} =$$

- (A) 3 (B) -3  
(C) 0 (D) 1

11. यदि 7 और 2, समीकरण  $\begin{vmatrix} x & 3 & 7 \\ 2 & x & 2 \\ 7 & 6 & x \end{vmatrix} = 0$  के दो मूल हों, तीसरा मूल होगा—

- (A) -9 (B) 14  
(C)  $\frac{1}{2}$  (D) इनमें से कोई नहीं

If 7 and 2 are two roots of the equation  $\begin{vmatrix} x & 3 & 7 \\ 2 & x & 2 \\ 7 & 6 & x \end{vmatrix} = 0$  then the third root is—

- (A) -9 (B) 14  
(C)  $\frac{1}{2}$  (D) None of these

12. यदि  $\omega \neq 1, \omega^3 = 1$  तथा

$$\begin{vmatrix} x+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & x+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & x+\omega \end{vmatrix} = 0 \text{ तो } x =$$

If  $\omega \neq 1, \omega^3 = 1$  and  $\begin{vmatrix} x+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & x+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & x+\omega \end{vmatrix} = 0$  then  $x =$

- (A) 1 (B)  $\omega$   
(C)  $\omega^2$  (D) 0

13. यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  और  $A + A' = I_2$  तो  $\alpha =$

If  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  and  $A + A' = I_2$  then  $\alpha =$

- (A)  $\pi$  (B)  $\frac{\pi}{3}$   
(C)  $\frac{3\pi}{2}$  (D)  $\frac{\pi}{6}$

14. यदि A एक वर्ग आव्यूह हो तो  $A + A'$  एक ..... होगा।  
 (A) सममित आव्यूह (B) विषम सममित आव्यूह  
 (C) शून्य आव्यूह (D) एकांक आव्यूह

If A be a square matrix. Then  $A + A'$  will be a .....  
 (A) Symmetric matrix (B) Skew symmetric matrix  
 (C) Null matrix (D) Unit matrix

15. यदि A एक  $3 \times 3$  आव्यूह हो ताकि  $A^2 = A$ , तो  $(A + I_3)^3 - 7A$  किसके बराबर होगा?

If A is a matrix of order  $3 \times 3$ , such that  $A^2 = A$  then  $(A + I_3)^3 - 7A$  is equal to?  
 (A)  $I_3$  (B) A  
 (C)  $3A$  (D)  $I_3 - A$

16. माना कि A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है जिसका क्रम  $2 \times 2$  है, तो  $|\text{adj } A| =$  .....

Let A be a non-singular matrix of the order  $2 \times 2$  then  $|\text{adj } A| =$  .....

- (A)  $2|A|$  (B)  $|A|$   
 (C)  $|A|^2$  (D)  $|A|^{-1}$

17.  $\frac{d}{dx} [\log (\sec x + \tan x)] =$

- (A)  $\frac{1}{\sec x + \tan x}$  (B)  $\sec x$   
 (C)  $\tan x$  (D)  $\sec x + \tan x$

18. यदि  $x^2 y^3 = (x + y)^5$  तो  $\frac{dy}{dx} =$

- (A)  $\frac{x}{y}$  (B)  $\frac{y}{x}$   
 (C)  $\frac{-y}{x}$  (D)  $\frac{-x}{y}$

19.  $\frac{d}{dx} \left[ \tan^{-1} \sqrt{1+x^2} - \cot^{-1} \left( -\sqrt{1+x^2} \right) \right] =$

- (A)  $\pi$  (B) 1  
 (C) 0 (D)  $\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$

20.  $\frac{d(2^x)}{d(3^x)} =$

(A)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x$

(B)  $\frac{2^{x-1}}{3^{x-1}}$

(C)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \log_3 2$

(D)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \log_2 3$

21.  $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$  का मान महत्तम होगा जब  $x$  का मान होगा—

$f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$  is maximum then value of  $x = \dots\dots\dots$

(A)  $\frac{\pi}{6}$

(B)  $\frac{\pi}{2}$

(C)  $\frac{\pi}{3}$

(D)  $\frac{\pi}{4}$

22. यदि  $y = \log \cos x^2$ , तो  $x = \sqrt{\pi}$  पर  $\frac{dy}{dx}$  का मान है—

If  $y = \log \cos x^2$ , then  $\frac{dy}{dx}$  at  $x = \sqrt{\pi}$  has the value—

(A) 1

(B)  $\frac{\pi}{4}$

(C) 0

(D)  $\sqrt{\pi}$

23. वक्र  $x^2 + y^2 = a^2$  के बिंदु  $(x_1, y_1)$  पर स्पर्श रेखा का समीकरण है—

Equation of the tangent to the curve  $x^2 + y^2 = a^2$  at  $(x_1, y_1)$  is

(A)  $xx_1 - yy_1 = 0$

(B)  $xx_1 + yy_1 = 0$

(C)  $xx_1 - yy_1 = a^2$

(D)  $xx_1 + yy_1 = a^2$

24.  $\frac{d}{dx} \left[ \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^5 - a^5}{x - a} \right] =$

(A)  $5a^4$

(B)  $5x^4$

(C) 1

(D) 0

25.  $\int \sqrt{1 + \cos 2x} \, dx =$

(A)  $\sqrt{2} \cos x + c$

(B)  $\sqrt{2} \sin x + c$

(C)  $-\cos x - \sin x + c$

(D)  $\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} + c$

26.  $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx =$

(A)  $e^{x^3} + c$

(B)  $\frac{1}{3} e^{x^3} + c$

(C)  $e^{x^2} + c$

(D)  $\frac{1}{3} e^{x^2} + c$

27.  $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx =$

(A)  $\frac{e^x}{(x+1)^2} + c$

(B)  $\frac{-e^x}{x+1} + c$

(C)  $\frac{e^x}{x+1} + c$

(D)  $\frac{-e^x}{(x+1)^2} + c$

28.  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$

(A)  $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

(B)  $\tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

(C)  $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

(D)  $\frac{1}{a} \tan^{-1} x + c$

29. यदि  $f(-x) = -f(x)$  तो  $\int_{-a}^a f(x) dx =$

If  $f(-x) = -f(x)$  then  $\int_{-a}^a f(x) dx =$

(A)  $2 \int_0^a f(x) dx$

(B) 0

(C) 1

(D) -1

30.  $\int_a^\beta \phi(x) dx + \int_\beta^a \phi(x) dx =$

(A) 1

(B)  $2 \int_a^\beta \phi(x) dx$

(C)  $-2 \int_\beta^a \phi(x) dx =$

(D) 0

31. x अक्ष और  $y = \sin x$  के बीच  $x = 0$  से  $x = \frac{\pi}{2}$  तक के क्षेत्र का क्षेत्रफल है—

(A) 2

(B) -1

(C) 1

(D) इनमें से कोई नहीं

Area between the x - axis and the curve  $y = \sin x$ , from  $x = 0$  to  $x = \frac{\pi}{2}$  is

(A) 2

(B) -1

(C) 1

(D) None of these

32.  $\int_0^1 (x) dx = \dots\dots$

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D)  $\frac{1}{2}$

33. अवकल समीकरण  $1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3$  की कोटि और घात है—

(A) कोटि = 2, घात = 3

(B) कोटि = 1, घात = 2

(C) कोटि = 2, घात = 2

(D) इनमें से कोई नहीं

The differential equation  $1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3$  is of order = ..... and degree = .....

(A) order = 2, degree = 3

(B) order = 1, degree = 2

(C) order = 2, degree = 2

(D) None of these

34. अवकल समीकरण  $ydx - xdy = xydx$  का हल है—

(A)  $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{2} = xy + c$

(B)  $x = kye^x$

(C)  $x = kye^y$

(D) इनमें से कोई नहीं

Solution of the differential equation  $ydx - xdy = xydx$  is

(A)  $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{2} = xy + c$

(B)  $x = kye^x$

(C)  $x = kye^y$

(D) None of these

35. समीकरण  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$  का समाकलन गुणक है—

(A)  $\log x$

(B)  $x$

(C)  $\frac{1}{x}$

(D) इनमें से कोई नहीं

Integrating factor (I.F.) of differential equation  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$  is

(A)  $\log x$

(B)  $x$

(C)  $\frac{1}{x}$

(D) None of these



36.  $x dx + \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = 0$  का हल है-

Solution of  $x dx + \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = 0$  is-

(A)  $\frac{x^2}{2} + \tan^{-1} \frac{x}{y} = k$

(B)  $\frac{x^2}{2} + \tan^{-1} \frac{y}{x} = k$

(C)  $\frac{x^2}{2} - \tan^{-1} \frac{x}{y} = k$

(D)  $\frac{x^2}{2} - \tan^{-1} \frac{y}{x} = k$

37. यदि  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$  तो  $\vec{a}$  की दिशा में संगत इकाई सदिश  $\hat{a} =$

(A)  $\frac{\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}}{\sqrt{6}}$

(B)  $\frac{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}}{\sqrt{6}}$

(C)  $\frac{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}}{6}$

(D) इनमें से कोई नहीं

If  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ , then the corresponding unit vector  $\hat{a}$  in the direction of  $\vec{a} =$

(A)  $\frac{\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}}{\sqrt{6}}$

(B)  $\frac{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}}{\sqrt{6}}$

(C)  $\frac{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}}{6}$

(D) None of these.

38. सदिश  $3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$  की दिक् कोज्याएँ हैं—

The direction cosines of the Vector  $3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$  is

(A)  $\frac{3}{13}, \frac{4}{13}, \frac{12}{13}$

(B)  $\frac{3}{13}, \frac{-4}{13}, \frac{12}{13}$

(C)  $\frac{3}{\sqrt{13}}, \frac{4}{\sqrt{13}}, \frac{12}{\sqrt{13}}$

(D)  $\frac{3}{\sqrt{13}}, \frac{-4}{\sqrt{13}}, \frac{12}{\sqrt{13}}$

39. यदि  $x\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$  एवं  $-x\vec{i} + x\vec{j} + 2\vec{k}$  परस्पर लंब हों तो  $x =$

$x\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}, -x\vec{i} + x\vec{j} + 2\vec{k}$  are perpendicular to each other then the value of  $x =$

(A) -2, 5

(B) 2, 5

(C) -2, -5

(D) 2, -5

40.  $\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j}) + \vec{j} \times (\vec{j} \times \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{i}) =$

(A)  $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

(B) 0

(C) 1

(D)  $-(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$

41.  $y$ - अक्ष की दिक् कोज्याएँ हैं—

(A) (1, 0, 1)

(B) (0, 1, 0)

(C)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(D) इनमें से कोई नहीं

The direction Cosines of  $y$  axis are—

(A) (1, 0, 1)

(B) (0, 1, 0)

(C)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(D) None of these

42.  $xy$  - तल का समीकरण है-

(A)  $x = 0, y = 0$

(B)  $z = 0$

(C)  $x = y \neq 0$

(D) इनमें से कोई नहीं

The equation of the  $xy$  - plane is-

(A)  $x = 0, y = 0$

(B)  $z = 0$

(C)  $x = y \neq 0$

(D) none of these

43. यदि दो तल  $2x - 4y + 3z = 5$  एवं  $x + 2y + \lambda z = 12$  आपस में लंब हो तो  $\lambda =$

(A) -2

(B) 2

(C) 3

(D) इनमें से कोई नहीं

If two planes  $2x - 4y + 3z = 5$  and  $x + 2y + \lambda z = 12$  are perpendicular to each other, then  $\lambda =$

(A) -2

(B) 2

(C) 3

(D) none of these

44.  $(4, 3, 7)$  और  $(1, -1, -5)$  के बीच की दूरी =

The distance between  $(4, 3, 7)$  and  $(1, -1, -5)$  is-

(A) 13

(B) 15

(C) 12

(D) 5

45. यदि  $A'$  तथा  $B'$  स्वतंत्र घटनाएँ हों तो-

If  $A'$  and  $B'$  are independent events then-

(A)  $P(A' B') = P(A') \cdot P(B')$

(B)  $P(A' B') = P(A') + P(B')$

(C)  $P(A' B') = P(A') \cdot P(B')$

(D)  $P(A' B') = P(A') - P(B')$

46. यदि घटनाएँ A और B परस्पर अपवर्जी हों तो-

If events A and B are mutually exclusive then-

(A)  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

(B)  $P(A \cap B) = 0$

(C)  $P(A \cap B) = 1$

(D)  $P(A \cup B) = 0$

47. यदि  $P(A) = \frac{3}{8}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$  तथा  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  तो  $P(A/B) =$

If  $P(A) = \frac{3}{8}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$  and  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  then  $P(A/B) =$

(A) 2

(B)  $\frac{1}{2}$

(C)  $\frac{2}{3}$

(D)  $\frac{3}{2}$

48. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हों ताकि  $P(A) \neq 0$  और  $P\left(\frac{B}{A}\right) = 1$  तो -

If A and B are two events such that  $P(A) \neq 0$  and  $P\left(\frac{B}{A}\right) = 1$

- (A)  $B \subset A$   
(C)  $B = \varphi$

- (B)  $A \subset B$   
(D)  $A \cap B = \varphi$

49.  $\int \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$  dx

- (A)  $\log x + \log(1 + \sqrt{x}) + C$   
(C)  $\log(1 + \sqrt{x}) + C$

- (B)  $2 \log(1 + \sqrt{x}) + C$   
(D)  $\log \sqrt{x} + C$

50.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{e^{1/n} + e^{2/n} + e^{3/n} + \dots + e^{n/n}}{n} \right]$  का मान है -

Solution of  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{e^{1/n} + e^{2/n} + e^{3/n} + \dots + e^{n/n}}{n} \right]$  is

- (A)  $1 - e$   
(C)  $e$

- (B)  $e - 1$   
(D)  $1$

**खण्ड - ब / SECTION - B**

**(गैर वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Non - Objective Type Questions)**

प्रश्न संख्या 1 से 22 तक लघु उत्तरीय कोटि के हैं। प्रत्येक के लिए 2 अंक निर्धारित हैं। इनमें से किसी 15 का उत्तर दें।

*Q. No. - 1 to 22 are Short Answer Type questions. Each carries 2 marks. Answer any 15 Questions from these.*

1. क्या फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  one-one (injective) फलन है जबकि  $f(x) = x^3, x \in \mathbb{R}$ . (2)

Examine whether the function  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  is one-one (injective) if  $f(x) = x^3, x \in \mathbb{R}$ .

2. सिद्ध करें कि - (2)

Prove that -

$$\tan \left[ \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} + \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} \right] = \frac{2x}{1-x^2}$$

3. सिद्ध करें कि— (2)  
Prove that—

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \sin^{-1} \frac{16}{65}$$

4.  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात करें जबकि— (2)

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ y & x \end{vmatrix} = 4 \text{ तथा } \begin{vmatrix} x & y \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{7}{2}$$

Find the values of  $x$  and  $y$ . When

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ y & x \end{vmatrix} = 4 \text{ and } \begin{vmatrix} x & y \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{7}{2}$$

5. सिद्ध करें कि — (2)  
Prove that—

$$\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = x^2(x+a+b+c)$$

6. यदि  $f(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  तो सिद्ध करें कि— (2)

$$f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$$

If  $f(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , then prove that—

$$f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$$

7.  $x$  का मान ज्ञात करें, जब— (2)  
Find the value of  $x$ , such that—

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} [x \cdot 5 - 1] = 0$$

8.  $\frac{dy}{dx}$  निकालें जब  $x = y \log(xy)$  (2)

Find  $\frac{dy}{dx}$ , when  $x = y \log(xy)$

9. यदि  $y = \tan^{-1} \left( \frac{\cos x}{1 + \sin x} \right)$  तो  $\frac{dy}{dx}$  निकालें। (2)

If  $y = \tan^{-1} \left( \frac{\cos x}{1 + \sin x} \right)$  then find  $\frac{dy}{dx}$ .

10. यदि  $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots \text{to } \infty}}$  तो  $\frac{dy}{dx}$  निकालें। (2)

If  $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \dots \text{to } \infty}}$  then find  $\frac{dy}{dx}$ .

11. समाकलन करें  $\int \sec^n \theta \cdot \tan \theta \, d\theta$  (2)

Integrate  $\int \sec^n \theta \cdot \tan \theta \, d\theta$

12. सिद्ध करें कि (2)

Prove that

$$\int_0^{2\pi} |\cos x| \, dx = 4$$

13. मान निकालें (2)

Evaluate

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{n+r}{n^2+r^2}$$

14. हल करें - (2)

Solve -

$$(x^2 - y^2) \frac{dy}{dx} = 2xy$$

15. हल करें (2)

Solve

$$x \cos x \frac{dy}{dx} + y (x \sin x + \cos x) = 1$$

16. सदिश विधि से सिद्ध करें कि अर्द्धवृत्त पर बना कोण एक समकोण है। (2)

Prove, by Vector method, that the angle inscribed in a semi-circle is a right angle.

17. यदि  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  तीन सदिश हों एवं  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  तो सिद्ध करें कि- (2)

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$$

If  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  are three Vectors and  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  prove that

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$$

18. P का मान ज्ञात कीजिए, यदि -

Find the value of P, if-

(2)

$$\left( 2\vec{i} + 6\vec{j} + 27\vec{k} \right) \times \left( \vec{i} + 3\vec{j} + p\vec{k} \right) = 0$$

19. दिक् संख्याओं की सहायता से सिद्ध कीजिए कि बिंदु (1, -1, 3), (2, -4, 5) और (5, -13, 11) संरेख हैं।

(2)

Prove by direction numbers, that the point. (1, -1, 3), (2, -4, 5) and (5, -13, 11) are in a straight Line.

20. बिंदु (4, -5, 6) की दूरी तल  $\vec{r} \cdot \left( 4\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k} \right) = -6$  से ज्ञात कीजिए।

(2)

Find the distance of the point (4, -5, 6) from the plane  $\vec{r} \cdot \left( 4\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k} \right) = -6$

21. यदि A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ हों, तो सिद्ध करें कि-

(2)

If A and B are two independent events then prove that-

$$P(A \cup B) = 1 - P(A')P(B')$$

22. एक व्यक्ति 55 वर्ष का है, उसके 75 वर्षों तक जीवित रहने का प्रतिकूल संयोगानुपात 8 : 5 है तथा उसकी पत्नी 48 वर्ष की है, उसके 68 वर्षों तक जीवित रहने का प्रतिकूल संयोगानुपात 4 : 3 है। तो इस बात की संभावना बताएँ कि उनका जोड़ा उसके बाद 20 वर्षों तक जी सकेगा।

(2)

Odds are 8 : 5 against a man, who is 55 years old, living till he is 75 and 4 : 3 against his wife who is now 48, living till she is 68. Find the probability that the Couple will be alive 20 years hence.

प्रश्न संख्या 23 से 26 तक दीर्घ उत्तरीय कोटि के प्रश्न हैं। प्रत्येक के लिए 5 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न के साथ 'अथवा' का विकल्प दिया गया है। आपको प्रश्न या अथवा में से किसी एक का उत्तर देना है।

**Q. No. - 23 to 26 are long answer type questions. Each question carries 5 marks. Each question has an alternative as "or". You have to answer each question or its alternative.**

23. फलन  $x^3 - 2x^2 + x + 6$  के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ मान ज्ञात करें।

(5)

Find the maximum and minimum Values of  $x^3 - 2x^2 + x + 6$ .

**अथवा / OR**

यदि  $x^m \cdot y^n = (x + y)^{m+n}$  तो सिद्ध करें कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$

(5)

If  $x^m \cdot y^n = (x + y)^{m+n}$  then prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$

24. सिद्ध कीजिए कि -

(5)

Prove that -

$$\int_0^{\pi/2} \log(\tan \theta + \cot \theta) d\theta = \pi \log 2$$

अथवा / OR

24. सरल रेखा  $x + y = 2$  द्वारा विभाजित वृत्त  $x^2 + y^2 = 4$  के भागों में से छोटे भाग का क्षेत्रफल निकालें। (5)

Find the area of the Smaller portion of the Circle  $x^2 + y^2 = 4$  cut off by the line  $x + y = 2$ .

25. सदिश विधि से सिद्ध करें कि किसी त्रिभुज ABC में

(5)

Prove by Vector method, that in any  $\Delta ABC$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

अथवा / OR

25. सिद्ध कीजिए कि बिंदुओं (4,7,8), (2,3,4) को मिलाने वाली सरल रेखा बिंदुओं (2,4,10), (-2,-4,2) को मिलाने वाली सरल रेखा के समानांतर है। (5)

Show that the line joining the points (4,7,8), (2,3,4) is parallel to the line joining the points (2, 4,10), (-2, -4, 2)

26. अधिकतमीकरण करें (Maximize):  $z = 7x + 3y$  (5)

जबकि (Subject to):

$$x + 2y \geq 3$$

$$x + y \leq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

अथवा / OR

26. एक फर्नीचर व्यापारी मात्र दो वस्तुएँ मेज और कुर्सी बेचता है। उसके पास निवेश के लिए 5000 ₹ एवं केवल 60 वस्तुओं को रखने का स्थान है। एक मेज पर 250 ₹ और एक कुर्सी पर 50 ₹ की लागत आती है। वह एक मेज को 50 ₹ एवं एक कुर्सी को 15 ₹ लाभ के साथ बेच सकता है। यह मानते हुए कि वह जितनी वस्तुएँ खरीदता है उन्हें बेच सकता है, उसे अपना धन किस प्रकार निवेशित करना चाहिए कि उसे अधिकतम लाभ हो। (5)

A Furniture dealer deals in only two items, table and chair. He has ₹ 5000 to invest and a space to store at most 60 pieces. A table costs him ₹ 250 and a chair ₹ 50. He can sell a table at a profit of ₹ 50 and a chair at a profit ₹ 15. Assuming that he can sell all the items that he buys, how should he invest his money in order that he may maximize his profit.