

CLASS : 12th (Sr. Secondary)

Code No. 231

Series : SS/Annual-2023

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

SET : A

गणित

MATHEMATICS

[Hindi and English Medium]

ACADEMIC/OPEN

(Only for Fresh/Re-appear/Improvement/Additional Candidates)

Time allowed : **3 hours**]

[Maximum Marks : **80**

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **16** तथा प्रश्न **35** हैं।
Please make sure that the printed pages in this question paper are **16** in number and it contains **35** questions.

- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिये गये कोड नम्बर तथा सेट को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख्य-पृष्ठ पर लिखें।

The **Code No.** and **Set** on the right side of the question paper should be written by the candidate on the front page of the answer-book.

- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Before beginning to answer a question, its Serial Number must be written.
- उत्तर-पुस्तिका के बीच में खाली पन्ना/पन्ने न छोड़ें।
Don't leave blank page/pages in your answer-book.
- उत्तर-पुस्तिका के अतिरिक्त कोई अन्य शीट नहीं मिलेगी। अतः आवश्यकतानुसार ही लिखें और लिखा उत्तर न काटें।

Except answer-book, no extra sheet will be given. Write to the point and do not strike the written answer.

231/(Set : A)

P. T. O.

- परीक्षार्थी अपना रोल नं० प्रश्न-पत्र पर अवश्य लिखें। रोल नं० के अतिरिक्त प्रश्न-पत्र पर अन्य कुछ भी न लिखें और वैकल्पिक प्रश्नों के उत्तरों पर किसी प्रकार का निशान न लगाएँ।
Candidates must write their Roll No. on the question paper. Except Roll No. do not write anything on question paper and don't make any mark on answers of objective type questions.
- कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व यह सुनिश्चित कर लें कि प्रश्न-पत्र पूर्ण व सही है, परीक्षा के उपरान्त इस सम्बन्ध में कोई भी दावा स्वीकार नहीं किया जायेगा।

Before answering the questions, ensure that you have been supplied the correct and complete question paper, **no claim in this regard, will be entertained after examination.**

सामान्य निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

- (ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल 35 प्रश्न हैं, जो कि चार खण्डों : 'अ', 'ब', 'स' एवं 'द' में बाँटे गए हैं :

खण्ड 'अ' : इस खण्ड में प्रश्न संख्या 1 से 16 तक कुल सोलह प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

खण्ड 'ब' : इस खण्ड में प्रश्न संख्या 17 से 26 तक कुल दस प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

खण्ड 'स' : इस खण्ड में प्रश्न संख्या 27 से 31 तक कुल पाँच प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

खण्ड 'द' : इस खण्ड में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक कुल चार प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

- (iii) खण्ड-द के दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं। आपको प्रत्येक में से एक विकल्प करना है।

General Instructions :

- (i) **All questions are compulsory.**
- (ii) This question paper consists of **35** questions, which are divided into **four** Sections : '**A**', '**B**', '**C**' and '**D**' :

Section 'A' : It contains **16** questions from **1** to **16**. Each question carries 1 mark.

Section 'B' : It contains **10** questions from **17** to **26**. Each question carries 2 marks.

Section 'C' : It contains **5** questions from **27** to **31**. Each question carries 4 marks.

Section 'D' : It contains **4** questions from **32** to **35**. Each question carries 6 marks.

- (iii) Internal choices are given in **two** questions of Section-**D**. You have to attempt **one** from each.

खण्ड – अ

SECTION – A

1. यदि $A = R - \{3\}$, $B = R - \{1\}$ और $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$, तो $f : A \rightarrow B$ हैं :

1

(A) एकैकी और आच्छादक

(B) न एकैकी और न आच्छादक

(C) एकैकी पर आच्छादक नहीं

(D) बहुएकी और आच्छादक

(4)

If $A = \mathbb{R} - \{3\}$, $B = \mathbb{R} - \{1\}$ and $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$, then $f: A \rightarrow B$ is :

- (A) One-one, onto (B) Neither one-one nor onto
(C) One-one, into (D) Many-one, onto

2. $\tan^{-1} \sqrt{3} - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$ का मुख्य मान है :

1

- (A) π (B) $-\frac{\pi}{2}$
(C) 0 (D) $2\sqrt{3}$

The principal value of $\tan^{-1} \sqrt{3} - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$ is :

- (A) π (B) $-\frac{\pi}{2}$
(C) 0 (D) $2\sqrt{3}$

3. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, तो $A'A$ है :

1

- (A) I
(B) $\begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha \\ -\sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 2\cos \alpha & 0 \\ 0 & 2\cos \alpha \end{bmatrix}$
(D) 1

(5)

231/(Set : A)

If $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, then $A'A$ is :

(A) I

(B) $\begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha \\ -\sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 2\cos \alpha & 0 \\ 0 & 2\cos \alpha \end{bmatrix}$

(D) 1

4. यदि $|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ -2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$, तो $|A|$ का मान ज्ञात कीजिए।

1

If $|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ -2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$, then find the value of $|A|$.

5. यदि $f(x) = \begin{cases} 5 & , & x \geq 2 \\ ax + b & , & 2 < x < 10 \\ 21 & , & x \geq 10 \end{cases}$ सभी x के मान के लिए एक सतत फलन है, तो a और b का मान है :

1

(A) $a = 1, b = 2$

(B) $a = 2, b = 1$

(C) $a = 5, b = 21$

(D) $a = 21, b = 5$

231/(Set : A)

P. T. O.

If $f(x) = \begin{cases} 5 & , & x \geq 2 \\ ax + b & , & 2 < x < 10 \\ 21 & , & x \geq 10 \end{cases}$ is continuous for all x , then values of a and b is :

- (A) $a = 1, b = 2$
 (B) $a = 2, b = 1$
 (C) $a = 5, b = 21$
 (D) $a = 21, b = 5$

6. एक वृत्त की त्रिज्या 3 cm/sec की दर से बढ़ रही है। वृत्त के क्षेत्रफल के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए जब वृत्त की त्रिज्या 10 cm है। 1

Radius of a circle is increasing at the rate of 3 cm/sec. Find the rate of change of area when radius of circle is 10 cm.

7. परवलय $y^2 = 4ax$ की स्पर्शिका की प्रवणता बिन्दु $(at^2, 2at)$ पर है : 1

- (A) t (B) $\frac{2}{t}$
 (C) $\frac{1}{t}$ (D) इनमें से कोई नहीं

The slope of the tangent to the curve $y^2 = 4ax$ at the point $(at^2, 2at)$ is :

- (A) t (B) $\frac{2}{t}$
 (C) $\frac{1}{t}$ (D) None of these

8. $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx$ का मान है :

(A) $-\tan^2 x + c$

(B) $-\cot^2 x + c$

(C) $\tan x - x + c$

(D) इनमें से कोई नहीं

$\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx$ is equal to :

(A) $-\tan^2 x + c$

(B) $-\cot^2 x + c$

(C) $\tan x - x + c$

(D) None of these

9. मान ज्ञात कीजिए :

1

$$\int x \cos 2x \, dx$$

Evaluate :

$$\int x \cos 2x \, dx$$

10. $y = a \sin(x + b)$ से प्रदत्त वक्रों के परिवार की अवकल समीकरण है :

1

(A) $\frac{d^2 y}{dx^2} = y$

(B) $a \frac{d^2 y}{dx^2} = by$

(C) $b \frac{d^2 y}{dx^2} = ay$

(D) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

The differential equation representing the family of curve $y = a \sin(x + b)$ is :

(A) $\frac{d^2 y}{dx^2} = y$

(B) $a \frac{d^2 y}{dx^2} = by$

(C) $b \frac{d^2 y}{dx^2} = ay$

(D) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

231/(Set : A)

11. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = y \tan x$ का व्यापक हल निकालें।

1

Find general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = y \tan x$.

12. यदि $P(E) = \frac{3}{5}$, $P(F) = \frac{3}{10}$, E और F स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो $P(E \cup F)$ का मान है :

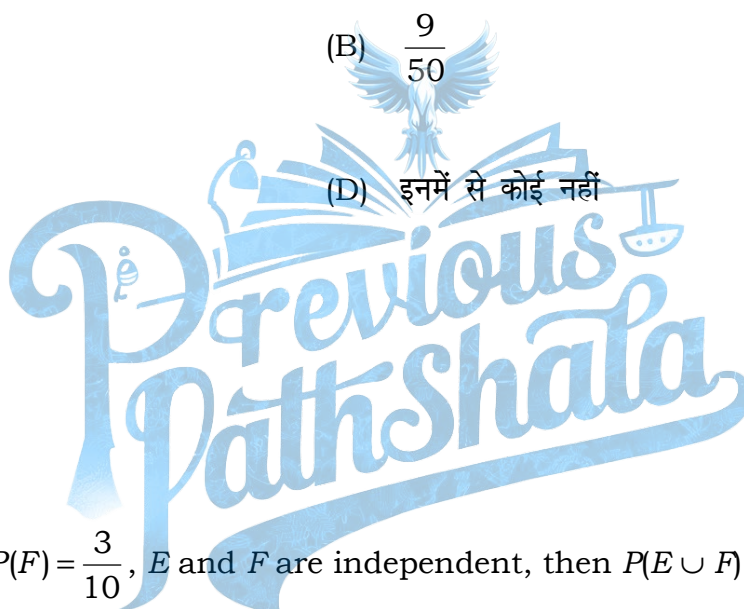
1

(A) $\frac{9}{10}$

(B) $\frac{9}{50}$

(C) $\frac{36}{50}$

(D) इनमें से कोई नहीं



If $P(E) = \frac{3}{5}$, $P(F) = \frac{3}{10}$, E and F are independent, then $P(E \cup F)$ is :

(A) $\frac{9}{10}$

(B) $\frac{9}{50}$

(C) $\frac{36}{50}$

(D) None of these

13. एक पासे को 6 बार फेंका जाता है। 4 बार विषम संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

1

A die is thrown 6 times. Find the probability of getting odd number 4 times.

14. एक यादृच्छिक चर के प्रसरण ज्ञात करने के लिए सूत्र लिखिए।

1

Write the formula for finding variance of a random variable.

15. यदि एक इकाई सदिश $\hat{i}$ के साथ $\frac{\pi}{3}$, $\hat{j}$ के साथ $\frac{\pi}{4}$ और $\hat{k}$ के साथ θ न्यूनकोण बनाता है, तो θ का मान है :

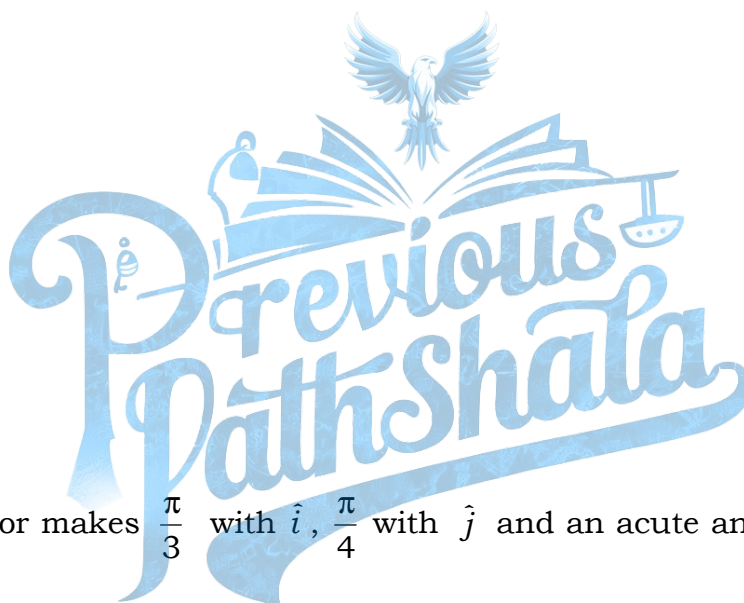
1

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{\pi}{2}$



If a unit vector makes $\frac{\pi}{3}$ with $\hat{i}$, $\frac{\pi}{4}$ with $\hat{j}$ and an acute angle θ with $\hat{k}$, then θ is :

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{\pi}{2}$

16. समतलों $2x + y + 3z = 2$ और $x - 2y = 5$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

1

Find the angle between the planes $2x + y + 3z = 2$ and $x - 2y = 5$.

SECTION – B

17. यदि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, तो $f \circ f(x)$ ज्ञात कीजिए। $f^{-1}(x)$ भी ज्ञात करें। 2

If $f: R \rightarrow R$, $f(x) = (3 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, then find $f \circ f(x)$. Hence find $f^{-1}(x)$.

18. दर्शाइए कि : 2

$$\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a}$$

जहाँ $|x| < a$.

Show that :

$$\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a}$$

where $|x| < a$.

19. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, तो AB ज्ञात कीजिए। 2

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, then find AB .

20. सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix} = 0$$

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix} = 0$$

21. यदि $f(x) = x^{\cos x}$, तो $f'(x)$ ज्ञात कीजिए।

2

If $f(x) = x^{\cos x}$, find $f'(x)$.

22. यदि $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, $-1 < x < 1$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

2

If $y = \cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, $-1 < x < 1$, then find $\frac{dy}{dx}$.

23. मान ज्ञात कीजिए :

2

$$\int \frac{2x+3}{x^2+3x+2} dx$$

Evaluate :

$$\int \frac{2x+3}{x^2+3x+2} dx$$

231/(Set : A)

24. मान ज्ञात कीजिए :

2

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

25. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$, $\left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$ को हल कीजिए।

2

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x$, $\left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$.

26. एक न्याय्य पासे को एक बार फेंकने से आने वाली संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।

2

Find mean of the number obtained on a throw of an unbiased die.

खण्ड – स

SECTION – C

27. समीकरण $2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2 \operatorname{cosec} x)$ को हल कीजिए।

4

Solve the equation $2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2 \operatorname{cosec} x)$.

28. फलन $f(x) = x^2 - 4x - 3$ पर लैग्रान्ज मध्यमान प्रमेय का अंतराल $[1, 4]$ पर सत्यापन कीजिए।

4

Verify Lagrange mean value theorem for the function $f(x) = x^2 - 4x - 3$ on the interval $[1, 4]$.

29. 20 cm त्रिज्या वाले वृत्त के अंतर्गत बनने वाले सभी आयतों में वर्ग का क्षेत्रफल उच्चतम होता है। उस वर्ग का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। 4

Prove that among all rectangles inscribed in a circle of radius 20 cm, square has the maximum area. Also find the area of that square.

30. तीन सिक्कों में, एक दोनों तरफ चित (Head) वाला सिक्का है, दूसरे सिक्के में 60% बार चित आता है और तीसरा न्याय्य (Unbiased) सिक्का है। यदि एक सिक्का यादृच्छया चुना जाता है और उसे उछालने पर चित (Head) आता है, तो उसके दोनों तरफ चित वाला सिक्का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 4

There are three coins. One is two headed coin (having head on both sides), another is a biased coin that comes up head 60% of the time and third is unbiased coin. One of the three coins is chosen at random and tossed. If head occurs what is the probability that it is two headed coin.

31. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष बिन्दु $A(1, 1, 1)$, $B(1, 2, 3)$ और $C(2, 3, 1)$ हो। 4
Find the area of the triangle having the vertices $A(1, 1, 1)$, $B(1, 2, 3)$ and $C(2, 3, 1)$.

खण्ड – द

SECTION – D

32. निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 6

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

(15)

231/(Set : A)

Solve the following system of equations by matrix method :

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

अथवा

OR

सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$$

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1+a^2+b^2)^3$$

33. वृत्तों $x^2 + y^2 = 4$ और $(x-2)^2 + y^2 = 4$ के बीच के क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Find the area of the region enclosed between the circles $x^2 + y^2 = 4$ and $(x-2)^2 + y^2 = 4$.

अथवा

OR

231/(Set : A)

P. T. O.

निम्नलिखित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$\{(x, y) : 0 \leq y \leq (x^2 + 1), 0 \leq y \leq (x + 1), 0 \leq x \leq 2\}$$

Find the area of the region

$$\{(x, y) : 0 \leq y \leq (x^2 + 1), 0 \leq y \leq (x + 1), 0 \leq x \leq 2\}$$

34. रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

Find the shortest distance between the lines $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}.$$

35. एक भोज्य पदार्थ में 80 मात्रक विटामिन A और 100 मात्रक खनिज होने चाहिए। दो भोज्य F_1 और F_2 उपलब्ध हैं। भोज्य F_1 में 3 मात्रक विटामिन A और 4 मात्रक खनिज है। भोज्य F_2 में 6 मात्रक विटामिन A और 3 मात्रक खनिज हैं। भोज्य F_1 के एक मात्रक की कीमत रु० 4 और F_2 के एक मात्रक की कीमत रु० 6 है। इस समस्या को रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में व्यक्त कीजिए। दोनों भोज्य को मिलाकर ऐसा भोज्य बनायें जो निम्नतम मूल्य का हो और विटामिन और खनिज की आवश्यकताओं की पूर्ति करता है। 6

A diet is to contain at least 80 units of Vitamin A and 100 units of minerals. Two foods F_1 and F_2 are available. Food F_1 costs Rs. 4 per unit and F_2 costs Rs. 6 per unit. One unit of F_1 contains 3 units of Vitamin A and 4 units of minerals. One unit of food F_2 contains 6 units of Vitamin A and 3 units of minerals. Formulate the linear programming problems. Find the minimum cost for diet that consists of mixture of two foods which meets the minimal nutritional requirement.